

DWUPOZIOMOWA METODA WIELOKRYTERIALNEGO STEROWANIA PRZEPIYWEM PRODUKTÓW

Marek MAGIERA

Streszczenie: Zadanie sterowania przepływem produktów przez wielostadialną linię produkcyjną zostało podzielone na dwa kolejno rozwiązywane problemy. Pierwszy z nich to zadanie równoważenia obciążeń stadiów i przemieszczeń wyrobów pomiędzy stadiami. Została tu zastosowana dialogowa procedura optymalizacji dwukryterialnej. Po umiejscowieniu operacji w przestrzeni rozwiązywane jest kolejne zadanie – rozdział w operacji w czasie. Poszukiwany jest taki harmonogram przepływu produktów przez system, który umożliwi wykonanie wszystkich operacji w jak najkrótszym czasie. Opisane problemy zostały ujęte w postaci liniowych modeli zadań programowania całkowitoliczbowego.

Słowa kluczowe: planowanie produkcji, szeregowanie operacji, programowanie całkowitoliczbowe, optymalizacja wielokryterialna, elastyczne systemy produkcyjne.

1. Wprowadzenie

W elastycznych systemach produkcyjnych wykonywane są równocześnie operacje technologiczne dla wielu różnych typów produktów przepływających przez system. Podstawowym zadaniem planowania taktycznego [1] dla tych systemów jest optymalizacja rozdziału zadań i zasobów w celu wykonania zleceń produkcyjnych. Sprowadza się ona do takiego rozdzielenia operacji w przestrzeni, które zrównoważy obciążenia poszczególnych maszyn. Jest to punkt wyjścia do kolejnego etapu – rozdziału operacji technologicznych w czasie, którego efektem jest harmonogram produkcji. Problem szeregowania operacji uznawany jest jako zadanie sterowania operacyjnego [2].

Wymienione powyżej zadania często rozwiązuje się równocześnie. Jest to charakterystyczne dla monolitycznego podejścia do planowania produkcji. Równoczesne rozwiązywanie kilku problemów jest korzystne dla jakości rozwiązania. Obarczone jest ono jednak znaczną liczbą indeksów, parametrów oraz zmiennych, które równocześnie należy uwzględnić w złożonym opisie problemów. Dla zadań o stosunkowo dużych rozmiarach wskazane jest w takim przypadku zastosowanie wielopoziomowego (hierarchicznego) podejścia do planowania produkcji. Podział problemu globalnego na szereg zadań cząstkowych umożliwia rozwiązywanie w stosunkowo krótkim czasie zadań o znacznych liczbach parametrów i zmiennych. Rozwiązania te obciążone są oczywiście pewną odchyłką od optimum globalnego.

Niniejsza praca dotyczy opisanej problematyki. W celu budowy harmonogramów produkcji dla wielostadialnego, jednokierunkowego systemu przepływowego zastosowane zostało podejście dwupoziomowe.

Na pierwszym (górnym) poziomie rozwiązywane jest zadanie równoważenia obciążeń stadiów i minimalizowania przemieszczeń produktów pomiędzy stadiami. Te dwa kryteria są ze sobą w konflikcie. Minimalizowanie przemieszczeń produktów pomiędzy maszynami prowadzi do nierównomiernego obciążenia maszyn – powstawania wąskich gardeł w sys-

temie produkcyjnym. W celu poszukiwania kompromisu pomiędzy tymi kryteriami zastosowana została dialogowa procedura optymalizacji dwukryterialnej.

Na drugim (dolnym) poziomie operacje uprzednio przydzielone do stadiów są szeregowane – rozdzielane w czasie oraz w ograniczonym zakresie w przestrzeni – pomiędzy maszyny przynależne stadiom wybranym dla tych operacji na poziomie górnym. Budowany jest harmonogram o jak najmniejszej długości uszeregowania.

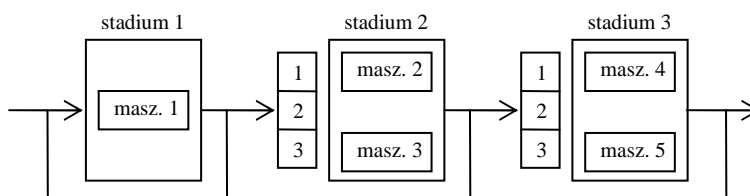
2. Opis problemu

Metodę zbudowano dla wielostadialnego, jednokierunkowego systemu przepływowego, przez który może równocześnie przepływać wiele różnych typów produktów. Każde stadium to zbiór maszyn pracujących równolegle. Przechodząc przez dane stadium produkt obciąża w nim tylko jedną maszynę. Istnieje możliwość pominięcia przepływu produktu przez dane stadium.

Dla każdego produktu dany jest ciąg operacji technologicznych, które należy rozdzielić w czasie i w przestrzeni. Marszrutry produkcyjne są alternatywne – każdy typ operacji jest przydzielany do co najmniej jednej maszyny.

W konfiguracji systemu uwzględnione zostały dwa przypadki:

1. Pomiędzy stadiami znajdują się bufora międzyoperacyjne o ograniczonych pojemnościach. W przypadku braku możliwości wykonania operacji na kolejnej maszynie, produkt obciąża bufor znajdujący się przed stadium, do którego przynależy ta maszyna. Przykładowy schemat blokowy takiego systemu zamieszczono na rysunku 1.
2. System bez buforów. Produkt, który nie może obciążyć kolejnej maszyny, blokuje maszynę, na której wykonano ostatnią operację.



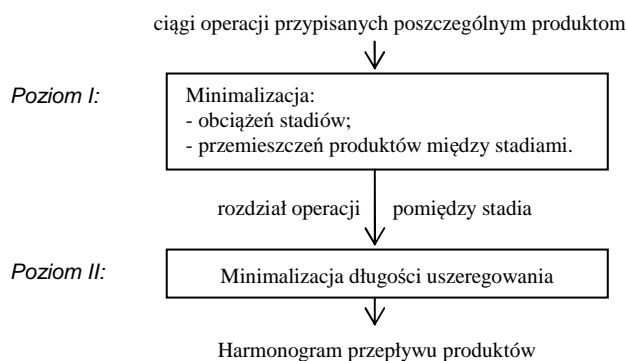
Rys. 1. Wielostadialny system przepływowo z buforami międzyoperacyjnymi

Dla opisanego systemu przepływowego należy zbudować harmonogram przepływu produktów tak, aby były spełnione następujące kryteria:

- 1) zrównoważenie obciążeń stadiów, co oznacza eliminację wąskich gardeł w systemie;
- 2) minimum przemieszczeń pomiędzy stadiami;
- 3) jak najmniejsza długość harmonogramu przepływu produktów przez system.

Kryteria nr 1 oraz 2 uwzględnione zostały na pierwszym poziomie metody. Poszukiwanie harmonogramu o jak najmniejszej długości uszeregowania realizowane jest natomiast na poziomie drugim. Podział zadania budowy harmonogramu produkcji na kolejno rozwiązywane problemy cząstkowe zilustrowany został na rysunku 2. Jak widać na tym schemacie przydział operacji do stadiów, mający miejsce na poziomie I, jest punktem wyjścia dla poziomu II, gdzie operacje przypisane poszczególnym stadiom rozdzielane są pomiędzy maszyny przynależne tym stadiom – tak, aby otrzymać uszeregowanie operacji o

jak najmniejszej długości.



Rys. 2. Schemat blokowy opracowanej metody

W celu rozwiązania dwukryterialnego zadania równoważenia obciążeń maszyn (na poziomie I) zastosowana została dialogowa procedura poszukiwania rozwiązań Pareto optymalnych [1]. Dla obu kryteriów wprowadzone zostały wagi. Problem wielokryterialny został zastąpiony przez równoważny problem jednokryterialny. Matematyczny opis tych zagadnień zamieszczony jest w następnym rozdziale.

W budowanym harmonogramie produkcji należy uwzględnić planowane przestoje maszyn, do których należą m. in. konserwacje, przebrojenia. Podział szacowanej długości uszeregowania na jednostkowe przedziały czasowe, który charakteryzuje metodę, sprzyja kodowaniu wiedzy o ograniczonej dostępności maszyn.

3. Matematyczny opis metody

W celu rozwiązania opisanego w poprzednim rozdziale problemu zbudowane zostały liniowe modele matematyczne. Oznaczenia tych modeli oraz ich opisy zestawiono w tabeli 1. Wykaz indeksów, parametrów i zmiennych zastosowanych w tych modelach umieszczony jest natomiast w tabeli 2.

Tab.1. Oznaczenia modeli matematycznych

Model	Poziom	Opis modelu
M1	I	Minimalizacja obciążeń stadiów oraz przemieszczeń produktów między stadiami.
M2	II	Minimalizacja długości uszeregowania dla systemu przepływowego bez buforów.
M3	II	Minimalizacja długości uszeregowania dla systemu przepływowego z buforami międzyoperacyjnymi.

Tab. 2. Zestawienie indeksów, parametrów wejściowych oraz zmiennych

Indeksy:	k - produkt;	$k \in K = \{1, \dots, W\}$
i - maszyna;	$i \in I = \{1, \dots, M\}$	l - przedział czasowy;
j - typ operacji;	$j \in J = \{1, \dots, N\}$	v - stadium;
		$l \in L = \{1, \dots, H\}$
		$v \in V = \{1, \dots, \vartheta\}$

Parametry wejściowe:

- d_v - pojemność bufora międzyoperacyjnego umieszczonego przed stadium v ;
- g_{ev} - czas transportu pomiędzy maszynami znajdującymi się w stadiach: e, v .
- m_v - liczba maszyn przynależnych stadium v ;
- p_{jk} - czas wykonywania operacji j dla produktu k ;
- $\mu_{il} = 1$, jeżeli maszyna i jest dostępna w przedziale czasowym l , inaczej $\mu_{il} = 0$;
- D - zbiór par (v, i) , gdzie maszyna i przynależy do stadium v ;
- J_k - zbiór operacji wykonywanych dla produktu k , $J_k \subset J$;
- V_j - zbiór stadiów, w których można wykonać operację typu j ;
- R_k - zbiór par operacji (j, r) , gdzie $j, r \in J_k$, kolejno wykonywanych dla produktu k ;

Zmienne:

• dla poziomu I:

$f_{kev} = 1$, jeżeli produkt k przemieszcza się ze stadium e do stadium v , inaczej $f_{kev} = 0$;

$z_{vjk} = 1$, jeżeli operację j dla produktu k przydzielono do stadium v , inaczej $z_{vjk} = 0$;

• dla poziomu II:

$q_{ikl} = 1$, jeżeli w przedziale czasowym l produktu k wykonywana jest na maszynie i ,
inaczej $q_{ikl} = 0$;

$x_{ikl} = 1$, jeżeli w przedziale l produkt k blokuje maszynę i , inaczej $x_{ikl} = 0$ (tylko dla M2);

$y_{vkl} = 1$, jeżeli bufor międzyoperacyjny znajdujący się przed stadium v jest obciążony
przez produkt k w przedziale czasowym l , inaczej $y_{vkl} = 0$ (tylko dla M3).

Oto opis poszczególnych kroków metody:

Krok 1. Oszacowanie długości uszeregowania.

W związku z tym, że długość uszeregowania podzielona została na jednostkowe przedziały czasowe, niezbędne jest oszacowanie długości harmonogramu. Stosowana jest w tym celu następująca procedura [3]:

a) Na podstawie (1) oblicz δ_k - całkowity czas wykonywania operacji dla produktu k .

$$\delta_k = \sum_{j \in J_k} p_{jk}; \quad k \in K \quad (1)$$

b) Stosując (2) wyznacz ψ - średni czas obciążenia maszyn, zaokrąglony do liczby całkowitej (M - liczba wszystkich maszyn).

$$\psi = \text{round} \left(\sum_{k \in K} \delta_k / M \right) \quad (2)$$

c) Dla każdej maszyny i wyznacz \tilde{l}_i - minimalną liczbę przedziałów czasowych, w których maszyna ta może być obciążona w czasie ψ . Wartość \tilde{l}_i uwzględnia ograniczoną dostępność poszczególnych maszyn oraz spełnia równanie (3):

$$\tilde{l}_i = \sum_{\tau=1}^{\tilde{l}_i} \mu_{i\tau}; \quad i = 1, \dots, M \quad (3)$$

d) Znajdź maksymalną wartość, spośród wartości wyznaczonych w punkcie c).

$$\beta = \max\{\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_m\} \quad (4)$$

e) Jako szacowaną długość uszeregowania przyjmij: $H = 1,3 \cdot \beta$

Krok 2. Minimalizacja obciążeń stadiów oraz liczby przemieszczeń produktów – poziom I.

W celu uproszczenia modelu matematycznego, służącego do rozwiązywania zadania przypisanego poziomowi I, wyznacz wg (5) wartość e_v – parametru określającego sumę czasów niedostępności poszczególnych maszyn w okresie β - wyznaczonym na podstawie zależności (4).

$$e_v = \sum_{i \in I: (v,i) \in D} \sum_{l \in L: l \leq \beta} (1 - \mu_{il}); \quad v \in V \quad (5)$$

Następnie rozwiąż zadanie sformułowane w modelu matematycznym M1:

Zminimalizować:
$$\lambda \cdot P_{max} + (1 - \lambda) \cdot \sum_{k \in K} \sum_{e \in V} \sum_{v \in V} f_{kev} \quad (6)$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{s \in T} \sum_{j \in J} \frac{p_{jk} z_{vjk}}{m_v} + e_v \leq P_{max}; \quad v \in V \quad (7)$$

$$\sum_{v \in V_j} z_{vjk} = 1; \quad j \in J_k; \quad k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{v \in V} v \cdot z_{vrk} \leq \sum_{v \in V} v \cdot z_{vjk}; \quad (r, j) \in R_k \quad (9)$$

$$f_{kev} \geq g_{ev} (z_{erk} + z_{vjk} - 1); \quad (r, j) \in J_k; \quad k \in K; \quad e, v \in V; \quad e \leq v \quad (10)$$

$$f_{kev} \geq 0; \quad k \in K; \quad e, v \in V \quad (11)$$

$$z_{vjk} \in \{0, 1\}; \quad j \in J_k; \quad k \in K; \quad v \in V \quad (12)$$

Minimalizowane wyrażenie (6) przedstawia ważoną sumę obciążenia najbardziej obciążonej maszyny oraz czasów przemieszczeń produktów pomiędzy stadiami. Pierwszy składnik tej sumy dotyczy więc równoważenia obciążeń stadiów, a drugi – minimalizacji czasu transportu produktów pomiędzy stadiami. Wartość współczynnika wagi przyjmuje się: $\lambda \in [0, 1]$. Do doboru wartości tego współczynnika zalecane jest zastosowanie dialogowej procedury optymalizacji dwukryterialnej, przedstawionej w dalszej części pracy. Do wyznaczenia obciążenia tzw. wąskiego gardła, przy uwzględnieniu ograniczonej dostępności maszyn w poszczególnych stadiach, służy ograniczenie (7). Kolejne zależności matematyczne zapewniają: (8) – rozdział wszystkich operacji pomiędzy stadia; (9) – jednokierunkowość przepływu; (10) – ustalenie marszruty dla każdego produktu - przepływów między stadiami; (11), (12) – odpowiednie typy zmiennych.

Do wyznaczenia wartości wagi λ proponowane jest zastosowanie poniżej opisanej dialogowej procedury optymalizacji dwukryterialnej [1, 4], w której kolejno wykonywane są następujące czynności:

- Przyjęcie numeru iteracji $s := 1$;
- Wybór 3 testowych wartości $\lambda \in [0, 1]$, oznaczonych $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, wśród których dwie wartości są skrajne, a jedna pośrednia.
- Rozwiązanie zadania sformułowanego w liniowym modelu matematycznym M1 dla $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – stosując pakiet optymalizacji dyskretnej, np. [7], [8].
- Wybór najlepszego rozwiązania zadania rozwiązanego w punkcie c) - w wyniku analizy obciążeń poszczególnych stadiów oraz liczby przemieszczeń pomiędzy stadiami.
- Weryfikacja analizowanego przedziału wag. Jeśli w tym przedziale znajduje się waga λ , której podstawienie do zależności (6) umożliwi otrzymanie

korzystniejszego rozwiązania (przewiduje się taką sytuację), to należy przyjąć $s := s + 1$ i wrócić do punktu a). Obszar poszukiwań zostaje zawężany do obszaru koncentrującego się wokół najlepszego rozwiązania z poprzedniej iteracji. Wyznaczone 2 nowe wagi testowe są równomiernie rozłożone wokół wagi, dla której było najkorzystniejsze rozwiązanie w poprzedniej iteracji.

- f) Zakończenie procedury ma miejsce, gdy nie znalezione zostanie żadne korzystniejsze rozwiązanie lub gdy obszar poszukiwań jest stosunkowo mały i decydecnt rezygnuje z dalszych poszukiwań lepszego rozwiązania.

Krok 3. Minimalizacja długości uszeregowania – poziom II.

Dodatkowymi parametrami wejściowymi dla zadania rozwiązywanego na poziomie II są wyniki zadania rozwiązanego na poziomie I. Należy do nich całkowity czas wykonywania w stadium v operacji dla produktu k , wyznaczany wg zależności (13).

$$t_{vk} = \sum_{j \in J_k} p_{jk} z_{vjk}; \quad v \in V; \quad k \in K \quad (13)$$

W modelach M2 i M3, zbudowanych dla poziomu II metody, stosowany jest parametr α , który jest dowolną liczbą całkowitą spełniającą zależność $\alpha > H$.

Oto modele M2 [3] oraz M3:

Zminimalizować:
$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} l \cdot q_{ikl} \quad (14)$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{k \in K} q_{ikl} \leq \varphi_{il}; \quad i \in I; \quad l \in L \quad (15)$$

$$\sum_{i \in I: (i,v) \in D} \sum_{l \in L} q_{ikl} = t_{vk}; \quad v \in V; \quad k \in K \quad (16)$$

$$q_{ikl} + q_{tkf} \leq 1; \quad k \in K; \quad (v,\tau), (v,i) \in D: i \neq \tau \quad (17)$$

$$l \cdot q_{ikl} - f \cdot q_{ikf} \leq t_{vk} - 1 + (1 - q_{ikf}) \cdot \alpha; \quad (v,i) \in D; \quad l, f \in L: l > f; \quad k \in K \quad (18)$$

$$\frac{\sum_{i \in I: (v,i) \in D} \sum_{l \in L} l q_{ikl}}{t_{vk}} - \frac{\sum_{\tau \in I: (\varepsilon,\tau) \in D} \sum_{l \in L} l q_{\tau kl}}{t_{\varepsilon k}} - \frac{t_{vk} + t_{\varepsilon k}}{2} \geq g_{\varepsilon v}; \quad k \in K; \quad v, \varepsilon \in V: t_{vk}, t_{\varepsilon k} > 0 \quad (19)$$

$$q_{ikl} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad k \in K; \quad l \in L \quad (20)$$

– tylko dla modelu M2:

$$x_{ikl} \leq \sum_{f \in L} q_{ikf}; \quad i \in I; \quad k \in K; \quad l \in L \quad (21)$$

$$\sum_{i \in I: (v,i) \in D} \sum_{l \in L} \frac{l \cdot q_{ikl}}{t_{vk}} - \sum_{\tau \in I: (\varepsilon,\tau) \in D} \sum_{l \in L} \frac{l \cdot q_{\tau kl}}{t_{\varepsilon k}} - \frac{t_{vk} + t_{\varepsilon k}}{2} - g_{\varepsilon v} = \sum_{\tau \in I: (\tau,\varepsilon) \in D} \sum_{l \in L} x_{\tau kl};$$

$$k \in K; \quad l, f \in L; \quad v \in V \setminus \{1\}: t_{vk} > 0; \quad \varepsilon \in V: \varepsilon < v, \quad t_{\varepsilon k} > 0 \wedge \sum_{\psi=\varepsilon}^v t_{\psi k} = t_{\varepsilon k} + t_{vk} \quad (22)$$

$$l \cdot x_{\tau kl} + \alpha \cdot (1 - x_{\tau kl}) \geq \frac{\sum_{\tau \in I: (\varepsilon,\tau) \in D} \sum_{f \in L} f \cdot q_{\tau kf}}{t_{\varepsilon k}} + \frac{t_{\varepsilon k} + 1}{2};$$

$$(\varepsilon, \tau) \in D; \quad k \in K: t_{\varepsilon k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in V: \varepsilon \leq \rho} t_{\rho k} > t_{\varepsilon k}; \quad l \in L \quad (23)$$

$$l \cdot x_{kl} \leq \sum_{i \in I: (v,i) \in D} \sum_{f \in L} \frac{f \cdot q_{ikf}}{t_{vk}} - \frac{t_{vk} + g_{ev}}{2} + \alpha \cdot (1 - x_{kl});$$

$$(\varepsilon, \tau) \in D; v \in V: v > \varepsilon; k \in K: t_{vk}, t_{ek} > 0 \wedge \sum_{p \in V: \varepsilon \leq p \leq v} t_{pk} = t_{ek} + t_{vk}; l \in L \quad (24)$$

$$q_{ikl} + x_{ikl} \leq 1; i \in I; k \in K; l \in L \quad (25)$$

$$x_{ikl} \in \{0, 1\}; i \in I; k \in K; l \in L \quad (26)$$

– tylko dla modelu M3 [6]:

$$\sum_{i \in I: (v,i) \in D} \sum_{l \in L} l \cdot q_{ikl} / t_{vk} - \sum_{\tau \in I: (\varepsilon, \tau) \in D} \sum_{l \in L} l \cdot q_{\tau kl} / t_{ek} - 0,5 \cdot (t_{vk} + t_{ek}) - g_{vk} = \sum_{l \in L} y_{vkl};$$

$$k \in K; l, f \in L; v \in V \setminus \{1\}: t_{vk} > 0; \varepsilon \in V: t_{ek} > 0, v > \varepsilon, \sum_{\psi = \varepsilon}^v t_{\psi k} = t_{vk} + t_{ek} \quad (27)$$

$$l \cdot y_{vkl} \geq l \cdot \sum_{f \in L} \sum_{\tau \in I: (\tau, \varepsilon) \in D} f \cdot q_{\tau kf} / t_{ek} + 0,5 \cdot (t_{ek} + 1) + g_{ev} - \alpha \cdot (1 - y_{vkl});$$

$$k \in K; l \in L; v \in V \setminus \{1\}: t_{vk} > 0; \varepsilon \in V: v > \varepsilon, t_{ek} > 0 \quad (28)$$

$$\sum_{f \in L} \sum_{i \in I: (v,i) \in D} f \cdot q_{ikf} / t_{vk} - 0,5 \cdot (t_{vk} + 1) - l \cdot y_{vkl} \geq 1; k \in K; l \in L; v \in V \setminus \{1\}: t_{vk} > 0 \quad (29)$$

$$\sum_{k \in K: t_{vk} > 0} y_{vkl} \leq d_v; v \in V \setminus \{1\}; l \in L \quad (30)$$

$$y_{vkl} \in \{0, 1\}; v \in V; k \in K; l \in L \quad (31)$$

Minimalizacja w modelach M2 i M3 sumy (14) służy budowie harmonogramów o jak najmniejszej długości uszeregowania. Zapewnia ona również osiągnięcie stosunkowo krótkich czasów opuszczania systemu przez przepływające przez niego produkty. Kolejno sformułowane ograniczenia gwarantują: (15) – wykonywanie co najwyżej jednej operacji w danej chwili na każdej dostępnej maszynie; (16) – rozdział wszystkich operacji pomiędzy maszyny – spośród operacji przydzielonych danemu stadium; (17) – przepływ produktu przez co najwyżej jedną maszynę stadium; (18) – niepodzielność operacji w czasie; (19) – czas na transport produktu pomiędzy stadiami; (20) – binarność zmiennych.

Następne zależności, dotyczące tylko modelu M2, zapewniają: (21) – możliwość blokowania przez produkt tylko tych maszyn, które zostały obciążone operacjami przypisanymi temu produktowi; (22) – wyznaczenie łącznego czasu blokowania maszyny przez dany produkt; (23), (24) – określenie przedziałów czasowych, w których maszyna pełni rolę bufora; (25) – wyeliminowanie pełnienia przez maszynę roli bufora w czasie wykonywania operacji; (26) – binarność zmiennych.

Ostatnia grupa ograniczeń, zbudowana dla modelu M3, zapewnia: (27) – wyznaczenie czasu obciążenia buforów przez poszczególne produkty; (28), (29) – umieszczenie produktów w odpowiednich buforach bezpośrednio przed wykonaniem kolejnych operacji; (30) – zachowanie ograniczonych pojemności buforów; (31) – binarność zmiennych.

4. Weryfikacja metody

Opracowana metoda została zweryfikowana w eksperymentach obliczeniowych. Do obliczeń wykorzystane zostały pakiety optymalizacji dyskretnej [7], [8]. Testy przeprowadzono na 4 grupach zadań, których charakterystyka zamieszczona jest w tabeli 3.

Dla każdej z grup rozwiązano 20 przykładów. Dla każdego harmonogramu wyznaczana była długość uszeregowania wg zależności (32).

$$C_{\max} = \max_{i \in I, k \in K, j \in L} (l \cdot q_{ikl}) \quad (32)$$

Otrzymane wyniki umożliwiły porównanie harmonogramów dla dwóch konfiguracji systemu: z buforami międzystadialnymi – opisanej modelem M3 oraz bez buforów – z blokowaniem maszyn, związanej z modelem M2. W celu porównania otrzymanych długości uszeregowania wyznaczana była wg (33) wartość wskaźnika χ . Wartości średnie tego wskaźnika dla poszczególnych grup zadań testowych oraz dla różnych wartości wagi λ zestawiono w tabeli 3.

$$\chi = \frac{C_{\max}(M2) - C_{\max}(M3)}{C_{\max}(M3)} [\%] \quad (33)$$

gdzie: $C_{\max}(M2)$, $C_{\max}(M3)$ – długości uszeregowania otrzymane przy zastosowaniu modeli matematycznych M2, M3.

Tab. 3. Parametry grup zadań testowych i porównanie długości harmonogramów

Grupa	Parametry grupy					χ dla $\lambda = 0,95$	χ dla $\lambda = 0,05$
	ϑ	M	N	W	H		
1	2	4	8	4	20	9,5	9,8
2	2	4	10	4	25	9,2	9,3
3	3	6	12	6	30	8,4	8,5
4	4	8	14	8	35	8,1	8,4

Liczby: ϑ - stadiów, M - maszyn, N - typów operacji, W - typów produktów, H - przedziałów czasowych.

Zamieszczone w tabeli 3 wyniki eksperymentów obliczeniowych wykazują zwiększenie długości uszeregowania o około $8 \div 10\%$ (dla testowanych zadań) w przypadku wykorzystania systemu z buforami, w porównaniu do systemu bez magazynów międzyoperacyjnych. Długości uszeregowania wyznaczone dla $\lambda = 0,95$ były o około $10 \div 12\%$ krótsze od długości harmonogramów rozwiązywanych dla zadań, w których przyjęto $\lambda = 0,05$.

5. Uwagi końcowe

Opracowana metoda sterowania przepływem produktów przez wielostadialny system umożliwia budowanie harmonogramów produkcji, uwzględniających różne konfiguracje parku maszynowego. Wprowadzenie wag dla kryteriów optymalizacji służy przeprowadzaniu symulacji przepływu produktów, uwzględniającej w określonym przez te wagi stopniu zarówno wąskie gardła w systemie, jak i również przemieszczenia produktów pomiędzy stadiami. Kryteria wzięte pod uwagę na poziomie II metody są oczywiście w konflikcie między sobą. Zastosowanie dialogowej procedury do wyznaczania wag dla tych kryteriów jest tylko próbą łagodzenia tego konfliktu – w którym zbliżone obciążenie poszczególnych stadiów często oznacza znaczną liczbę przemieszczeń, czyli istotny wpływ

na czas transportu produktów. Przeprowadzane symulacje równoczesnego przepływu wielu różnych typów produktów przez system pokazują wpływ na budowany harmonogram nie tylko wyznaczonych uprzednio wag poszczególnych kryteriów, ale również konfiguracji systemu – odpowiedniej liczby maszyn w stadiach, pojemności buforów międzyoperacyjnych przed stadiami, itp.

Dekompozycja zadania sterowania przepływem produktów na dwa zadania cząstkowe umożliwiła rozwiązywanie zadań o większych rozmiarach, niż w przypadku zastosowania podejścia monolitycznego. Dla zadań o stosunkowo dużych rozmiarach, zalecane jest zastosowanie opracowanych modeli matematycznych w algorytmach heurystycznych, np. relaksacyjnych. Dzięki tym algorytmom harmonogramy produkcji można zbudować w znacznie krótszym czasie, kosztem pewnej odchyłki od optimum. Rozwój techniki komputerowej i oprogramowania dają jednak dobre perspektywy dla programowania liniowego całkowitoliczbowego, które wykorzystane zostało w opracowanej metodzie.

Zbudowane modele matematyczne mogą być oczywiście zmodyfikowane, rozbudowane a dzięki temu zastosowane do rozwiązywania innych problemów, np. dla systemów przepływowych z możliwością powrotów do stadiów wcześniej odwiedzanych, dla systemów, w których obowiązuje zakaz przerw pomiędzy wykonywaniem kolejnych operacji dla danego produktu – dla szeregowania „bez czekania”.

Literatura

1. Sawik T.: Planowanie i sterowanie produkcji w elastycznych systemach montażowych. WNT, Warszawa, 1996.
2. Tkindt V., Billaut J-C.: Multicriteria scheduling: theory, models and algorithms. Springer, Berlin 2002.
3. Magiera M.: Analiza porównawcza trzech metod planowania produkcji dla systemów przepływowych bez magazynów. Automatyka, półrocznik, tom 11, zeszyt 1-2, Wydawnictwa AGH, Kraków 2007, s. 191-202.
4. Gabbani D., Magazine M.: An interactive heuristic approach for multi-objective integer-programming problems. Journal of Operational Research Society, 1986, vol. 37. p. 285-291.
5. Ronconi D.P.: A note on constructive heuristics for flowshop problem with blocking. International Journal of Production Economics, 87, 2004, 39-48.
6. Magiera M.: Modele PLC szeregowania operacji z określonymi terminami zakończenia zadań; w: Komputerowo zintegrowane zarządzanie, tom II pod red. R. Knosali. Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole 2007, s. 25-34.
7. Fourer R., Gay D., Kernighan B.: AMPL - A Modelling Language for Mathematical Programming. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.
8. Schrage L., Cunningham K.: LINGO, Optimization Modelling Language. LINDO Systems Inc., Chicago 1991.

Dr inż. Marek MAGIERA

Katedra Badań Operacyjnych i Technologii Informatycznych

Wydział Zarządzania Akademii Górniczo – Hutniczej

30-059 Kraków, al. Mickiewicza 30

tel.: (0-12) 617 39 92

e-mail: mmagiera@zarz.agh.edu.pl