

# PROCES ZARZĄDZANIA PORTFELEM PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH WSPOMAGANY PRZEZ ŚRODOWISKO AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH

Agnieszka ULFIK

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono sposób zarządzania portfelem papierów wartościowych wspomagany przez środowisko automatów komórkowych. Klasyczny model Markowitza jest jedną z podstawowych technik w analizie portfelowej. Problemem jest praktyczne zastosowanie tej teorii, ze względu na dużą złożoność obliczeniową analitycznej postaci tego modelu. W związku z tym korzystne jest zastosowanie technik informatycznych usprawniających skomplikowany proces doboru składników do portfela. Automaty komórkowe to struktury takich samych elementarnych automatów komórkowych – nazywanych komórkami – ułożonych w siatkę, wykonujących te same procesy obliczeniowe. Przeprowadzone symulacje udowodniły, że automat komórkowy stanowi narzędzie do wyboru inwestycyjnego portfela papierów wartościowych.

**Słowa kluczowe:** automaty komórkowe, analiza portfelowa, model Markowitza, zarządzanie portfelem papierów wartościowych.

## 1. Portfel papierów wartościowych

Analiza portfelowa to jedna z trzech podstawowych technik, obok analizy technicznej i analizy fundamentalnej, stosowanych przez inwestorów giełdowych w celu optymalizacji swoich inwestycji. Główną zaletą analizy portfelowej jest dywersyfikacja kapitału powodująca zmniejszenie potencjalnego poziomu ryzyka.

### 1.1. Model Markowitza

W analizie portfelowej stworzonej przez H. Markowitza, na podstawie historycznych notowań spółek giełdowych, obliczana jest ich oczekiwana stopa zwrotu oraz odchylenie standardowe. Wielkości te interpretuje się jako spodziewany zysk z inwestycji oraz ryzyko jemu towarzyszące.

Na podstawie danych historycznych, wyznaczane są oczekiwana stopa zwrotu będącą zgodnie z tą teorią miarą poziomu przewidywanego zysku. Na podstawie stóp zwrotu wyznaczane są ich odchylenia standardowe będące miarą dyspersji i wyrażające ryzyko towarzyszące estymowanym zyskom [1].

Inwestorzy zwykle są zainteresowani walorami przynoszącymi duży dochód, związany z niskim poziomem ryzyka. Takie papiery wartościowe musiałyby posiadać wysoki poziom oczekiwanej stopy zwrotu przy jednoczesnym niskim stopniu dyspersji.

Wartość stopy zwrotu w okresie  $t$  jest obliczana na podstawie następującego wzoru:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

gdzie  $R_t$  – stopa zwrotu w okresie  $t$ ,  
 $P_t$  – cena waloru w okresie  $t$ ,  
 $P_{t-1}$  – cena waloru w okresie  $t-1$ ,  
 $D_t$  – dywidenda wypłacona w okresie  $t$ .

Dla każdego okresu  $t$  wyznaczana zostaje stopa zwrotu w związku z tym stopa zwrotu jest funkcją czasu. Wysokość zysku (lub straty) z inwestycji zależy od wielu czynników. W praktyce wartość oczekiwanej stopy zwrotu wyznacza się jako średnią arytmetyczną wszystkich zaobserwowanych stóp zwrotu. Prowadzi to do następującego wzoru na oczekiwaną stopę zwrotu z danego papieru wartościowego:

$$R = \frac{\sum_{t=1}^N R_t}{N} \quad (2)$$

gdzie:  $R$  – oczekiwana stopa zwrotu z danego papieru wartościowego,  
 $R_t$  – empiryczna stopa zwrotu w okresie  $t$ ,  
 $N$  – liczba wszystkich analizowanych stóp zwrotu.

Tak określone mu poziomowi zysku zawsze towarzyszy ryzyko inwestycyjne. Pojęcie to jest niezwykle złożone. W praktycznych analizach giełdowych, ryzyko wyznacza się wykorzystując statystykę matematyczną. Wielkością interpretowaną jako ryzyko jest odchylenie standardowe będące pierwiastkiem kwadratowym z wariancji [2]. Wyznacza się je na podstawie następującego wzoru:

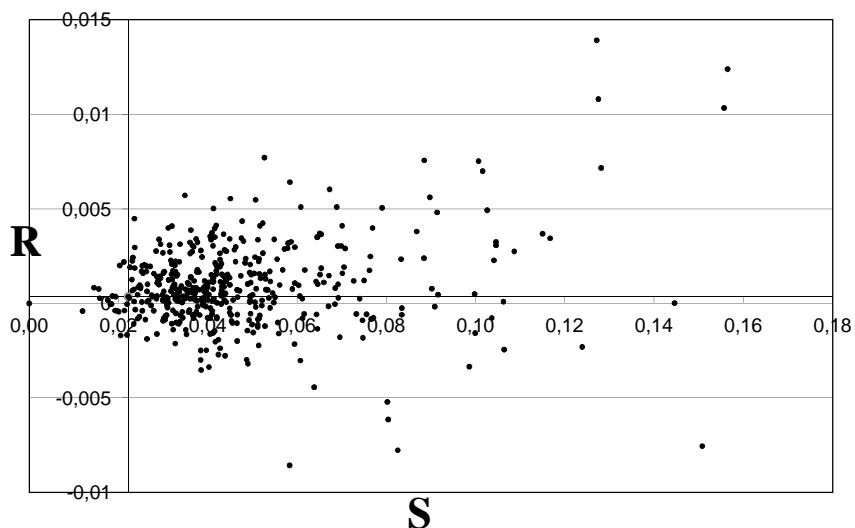
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (R_i - R)^2} \quad (3)$$

gdzie:  $S$  – odchylenie standardowe stopy zwrotu papieru wartościowego,  
 $n$  – liczba wszystkich analizowanych stóp zwrotu.

Dochód i ryzyko są głównymi kryteriami oceny rozpatrywanymi przez inwestora [3]. Obie wielkości wyznaczane są dla wszystkich rozpatrywanych papierów wartościowych, a następnie umieszcza na wykresie potocznie nazywanym mapą ryzyko – dochód lub wykresem korelacyjnym. Powstaje on przez naniesienie na wykres stóp zwrotu oraz ryzyka towarzyszącego ich osiągnięciu. Wartość stopy zwrotu i ryzyka głównego indeksu giełdowego stanowią punkt odniesienia i zazwyczaj ten punkt uważa się za centrum wykresu. Najbardziej interesujące dla inwestora są spółki giełdowe, które mają większy spodziewany zysk oraz mniejsze ryzyko niż WIG. Najmniej korzystne dla inwestora są natomiast spółki z mniejszym spodziewanym zyskiem i większym ryzykiem. Rysunek 1 przedstawia mapę ryzyko – dochód sporządzoną na podstawie rocznej historii notowań.

Analiza portfelowa pokazuje jak zmienia się oczekiwana stopa zwrotu oraz jego odchylenie standardowe, jeśli będziemy inwestować w więcej niż jeden papier wartościowy, a także w jaki sposób dobrać do portfela inwestycyjnego jego składniki, aby zdywersyfikować ryzyko, czyli aby ryzyko portfela było mniejsze niż składników

wchodzących w jego skład, przy jednoczesnym zachowaniu odpowiedniego poziomu zysku. [4].



Rys. 1. Mapa ryzyko – dochód dla większości spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie od 1 listopada 2008 roku do 1 listopada 2009 roku.

Źródło: opracowanie własne

W przypadku  $n$  składnikowego portfela papierów wartościowych, wartość stopy zwrotu z portfela  $R_p$  jest sumą stóp zwrotu poszczególnych walorów pomnożonych przez ich udziały w całości inwestycji. [2] Wartość stopy zwrotu portfela  $n$  składnikowego wyznacza się na podstawie następującego wzoru:

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i \cdot R_i \quad (4)$$

gdzie  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ ,  $0 \leq x_i \leq 1$ , dla  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Odchylenie standardowe oczekiwanej stopy zwrotu  $S_p$  dla  $n$  składnikowego portfela papierów wartościowych będące miarą ryzyka, jest pierwiastkiem z wariancji. Można je wyznaczyć z jednego z dwóch równoważnych wzorów:

$$S_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot S_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n x_i \cdot x_j \cdot S_i \cdot S_j \cdot \rho_{ij}} \quad (5)$$

$$S_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot S_i \cdot S_j \cdot \rho_{ij}} \quad (6)$$

przy czym  $\rho_{ij}$  to współczynnik korelacji, wyznaczany na podstawie następującej formuły:

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_{ik} - R_i) \cdot (R_{jk} - R_j)}{S_i \cdot S_j} \quad (7)$$

W przypadku  $n$  składnikowego portfela papierów wartościowych, wartość stopy zwrotu z portfela  $R_p$  oraz odchylenie standardowe oczekiwanej stopy zwrotu  $S_p$  będące miarą ryzyka, to dwa podstawowe parametry służące do porównywania różnych  $n$  składnikowych portfeli papierów wartościowych, używane w zarządzaniu portfelem papierów wartościowych [2, 5].

## 1.2. Zarządzanie portfelem papierów wartościowych

Istotnym warunkiem powodzenia na rynku kapitałowym jest odpowiednie zróżnicowanie dokonywanych inwestycji. Zróżnicowanie inwestycji pozwala zminimalizować ryzyko związane z inwestowaniem w papiery wartościowe. Ewentualne możliwe straty wynikające z lokowania kapitału w jedne papiery wartościowe, wyrównują zyski z innych inwestycji. Zjawisko dywersyfikacji portfela inwestycyjnego to główna zaleta analizy portfelowej.

Zarządzanie portfelem inwestycyjnym to szereg czynności mających na celu wybór najbardziej optymalnej dla danego inwestora inwestycji. W. Tarczyński przedstawia ten proces następująco: „Zarządzanie portfelem papierów wartościowych jest ogólnym określeniem wszelkiej działalności inwestora w dziedzinie lokowania w papiery wartościowe. W ramach tego pojęcia wyróżnia się pięć różnych aspektów [5]:

1. Określenie celu i warunków tworzenia portfela. Podstawowym problemem rozstrzyganym w tym aspekcie jest określenie horyzontu czasowego dla portfela. Wyróżnia się dwie możliwości: krótki okres i długi okres.
2. Określenie zbioru papierów wartościowych, z których konstruuje się portfel. Jeśli na rynku jest dużo papierów wartościowych, analizy zawęża się do pewnych grup.
3. Określenie kryteriów wyznaczania portfela. Kryteria te determinują metody stosowane przy tworzeniu portfela, na przykład kryterium maksymalizacji zysku dla danego ryzyka.
4. Określenie charakterystyk papierów wartościowych. Wyznaczając skład portfela, posługujemy się metodami ilościowymi. Do tego potrzebna jest znajomość charakterystyk papierów wartościowych, które potencjalnie mogą znaleźć się w portfelu. Najczęściej charakterystyki te dotyczą zysku i ryzyka papieru wartościowego.
5. Ocena portfela. Z uwagi na zmieniającą się na rynku sytuację zachodzi konieczność stałej kontroli optymalności portfela i ewentualnej zmiany jego składu. Ocena taka powinna być prowadzona na bieżąco.

## 2. Automaty komórkowe

Automaty komórkowe zostały stworzone w latach czterdziestych ubiegłego wieku, aby emulować procesy występujące w naturze, a jednocześnie tworzyć samoreplikujące się maszyny obliczeniowe. Za ich twórcę uważa się Johna von Neumanna. Swój początek miały one w naśladowaniu żywych organizmów. Wkrótce po ich odkryciu, okazały się one bardzo interesujące i przydatne w wielu dziedzinach nauki. Początkowo zainteresowali się nimi fizycy i zaczęli z powodzeniem stosować automaty komórkowe do symulacji złożonych zagadnień. Dziś automaty komórkowe są stosowane w matematyce, mechanice, ekonomii, grafice, socjologii, w symulacjach ruchu ulicznego i powietrznego, grach komputerowych, kryptografii i wielu innych zagadnieniach. Jednym z takich zagadnień może być symulowanie zachowania się rynku akcji i inwestorów, a także zagadnienie doboru portfela inwestycyjnego.

Automaty komórkowe to dyskretne modele używane głównie w fizyce, matematyce i teoriach obliczeniowych. Są to struktury takich samych elementarnych automatów komórkowych – nazywanych komórkami – ułożonych w siatkę. Zazwyczaj jest ona jedno, dwu lub trójwymiarową kratownicą, choć istnieją również inne sposoby ułożenia komórek przykładowo przypominające plaster miodu lub ułożonych jako sąsiadujące ze sobą trójkąty. Liczba wymiarów automatu komórkowego, może być większa niż trzy, choć w praktyce takie rozwiązania stosuje się rzadko ze względu na trudność w implementacji takiego modelu i niewielkie korzyści, w porównaniu z bardziej typowymi automatami komórkowymi.

W automacie komórkowym każda komórka komunikuje się z przylegającymi do niej sąsiadami. Wyróżnia się dwa podstawowe rodzaje sąsiedztw: von Neumanna i Moore'a. W pierwszym przypadku jako sąsiad rozumiana jest komórka przylegająca do danej całym bokiem, a w drugim również wierzchołkiem.

Każdy automat komórkowy oprócz swojej struktury oraz typu sąsiedztwa, musi mieć ustalone trzy następujące parametry:

- typ komórek budujących automat komórkowy, co oznacza ustalenie jakiego typu informacje muszą przechowywać elementarne automaty komórkowe,
- wartość początkową każdej komórki,
- funkcję przejścia, która jest algorytmem decydującym jaki będzie stan komórki w obecnej iteracji na podstawie wartości komórek sąsiednich w poprzedniej iteracji.

Najlepiej znanym przykładem zastosowania automatu komórkowego jest gra „Życie” stworzona przez Johna Conway'a. W grze tej automat komórkowy ma strukturę dwuwymiarowej siatki. Każda komórka otrzymuje stan początkowy: może być aktywna – żywa lub nieaktywna – martwa. W grze tej są ustanowione reguły zachowania się każdej komórki, które mogą doprowadzić do ożywienia danej komórki lub też do jej obumarcia, w zależności od tego jakie wartości mają komórki sąsiednie. Ta gra symuluje środowisko naturalne w którym zwierzęta mogą się rodzić i umierać, kiedy nie mają wystarczającej ilości pożywienia.

Ponieważ automat komórkowy charakteryzuje się dużą mocą obliczeniową, celowe jest sprawdzenie, w jaki sposób środowisko automatów komórkowych może pomóc w doborze parametrów portfela inwestycyjnego. Takie próby były już znane i dowiodły, iż proces doboru portfela papierów wartościowych może się odbywać z użyciem środowiska automatów komórkowych [6].

### 3. Symulacje

W celu zbadania przydatności automatów komórkowych do konstruowania portfela papierów wartościowych, napisany został autorski program komputerowy. Program ten został zaimplementowany w środowisku Builder C++ firmy Borland. Aplikacja ta wczytuje dane giełdowe z wybranych przez użytkownika plików w formacie tekstowym. Z danych tych wybierane są notowania dotyczące wybranego przez użytkownika przedziału czasowego. Na podstawie tych notowań, wyznaczane są podstawowe charakterystyki wybranych papierów wartościowych (oczekiwana stopa zwrotu oraz jej odchylenie standardowe). Jako kolejne wielkości, wyznaczane są współczynniki korelacji pomiędzy wszystkimi wybranymi spółkami.

Wszystkie wyznaczone wielkości trafiają jako informacje wejściowe do środowiska automatów komórkowych. Na podstawie tych danych dokonywana jest symulacja. Celem przeprowadzania symulacji było znalezienie portfela charakteryzującego się możliwie największym zyskiem przy najmniejszym ryzyku. Przykładowe symulacje przeprowadzone w środowisku automatów komórkowych miały na celu stworzenie portfeli dwuskładnikowych. Badany przedział czasowy dotyczył danych od 1 listopada 2008 roku do 1 listopada 2009 roku.

Automat komórkowy użyty w symulacjach miał 100 komórek w pionie i 100 w poziomie, czyli składał się z 10 000 komórek – elementarnych automatów komórkowych. Na początku każdej symulacji, każda komórka miała losowo wybierany skład portfela inwestycyjnego. Następnie komórki komunikując się ze sobą, wybierały najlepszy portfel. Tabela 1 przedstawia wyniki uzyskane w 10 symulacjach oraz charakterystyki WIGu.

Wyniki symulacji przedstawione w tabeli 1 pokazują iż wartość oczekiwanej stopy zwrotu dwuskładnikowych portfeli papierów wartościowych, jest wyższa niż ta wartość dla indeksu WIG w badanym okresie czasu. Jednocześnie wartość odchylenia standardowego czyli miary ryzyka, dla portfeli papierów wartościowych wylosowanych przez automat komórkowy jest wyższa, gdyż takie było założenie przeprowadzanych symulacji.

Tab. 1. Podstawowe charakterystyki dwuelementowych portfeli papierów wartościowych, uzyskanych w trakcie symulacji

Numer realizacji	R [%]	S [%]
1	0,7216	5,7808
2	0,3120	3,0226
3	0,4811	4,7973
4	0,6291	7,8914
5	0,5911	6,3442
6	1,0051	5,6791
7	0,5183	4,4143
8	0,6123	5,6102
9	0,6253	5,1359
10	0,5317	4,3459
WIG	0,1183	1,3139

#### 4. Wnioski

Model Markowitza jest jedną z podstawowych technik wspomagających inwestorów zajmujących się lokowaniem kapitału na giełdzie w więcej niż jeden walor. Problemem jest praktyczne zastosowanie tej teorii, ze względu na dużą złożoność obliczeniową. W związku z tym konieczne jest wstępne określenie celu inwestora oraz warunków tworzenia portfela inwestycyjnego jak również ograniczenie zbioru papierów wartościowych które w naszym portfelu mogą się znaleźć. Dopiero po takim wstępnym opracowaniu założeń należy przystąpić do konstruowania portfela papierów wartościowych.

Przeprowadzone symulacje udowodniły, że automat komórkowy stanowi narzędzie do wyboru inwestycyjnego portfela papierów wartościowych. Dodatkowo, portfele uzyskane w symulacjach charakteryzowały się wysokim poziomem zysku przy stosunkowo niskim poziomie ryzyka.

#### Literatura

1. Haugen R.: Nowa nauka o finansach. WIG-Press, Warszawa, 1999.
2. Jajuga K., Jajuga T.: Inwestycje, instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.
3. Dębski W.: Rynek finansowy i jego mechanizmy. Podstawy teorii i praktyki. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.
4. Markowitz H.: Portfolio selection, The Journal of Finance, 1952, Vol.7 No1.
5. Tarczyński W.: Fundamentalny portfel papierów wartościowych. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 2002.
6. Ulfik A.: Automaty komórkowe jako narzędzie do konstruowania portfela inwestycyjnego, [w:] Informatyka w bankowości i finansach. red. F. Marecki, J. K. Grabara, PTI, Katowice, 2005.

Dr inż. Agnieszka ULFIK  
Instytut Ekonometrii i Informatyki  
Wydział Zarządzania  
Politechnika Częstochowska  
42-200 Częstochowa, ul. Dąbrowskiego 69  
tel.: (0-34) 3250 489  
e-mail: ulfik@zim.pcz.pl