PROCESY STOCHASTYCZNE I ŁAŃCUCHY MARKOWA W OCENIE WSPÓŁWYSTĘPOWANIA ZAGROŻEŃ W GMINIE: ALGORYTMY ALOKACJI ŚRODKÓW NA DZIAŁANIA PREWENCYJNE

Mirosław DYTCZAK, Grzegorz GINDA

Streszczenie: Zarządzanie gminą wiąże się z realizacją licznych zadań, wymagających stosowania różnych zasobów. Z uwagi na ograniczony charakter zasobów, niezbędne jest ich racjonalne wykorzystanie. Część spośród zadań dotyczy przeciwdziałania skutkom występowania nadzwyczajnych sytuacji, związanych z realizacją zagrożeń. W pracy przedstawiono procedurę, pozwalającą na racjonalny podział środków finansowych, przeznaczonych na zadania prewencyjne, dotyczące zapobiegania skutkom zagrożeń. Stanowi ona rozwinięcie zaproponowanej wcześniej procedury [1], zmodyfikowanej pod kątem uwzględnienia możliwości współwystępowania różnych zagrożeń.

Słowa kluczowe: gmina, zarządzanie, zagrożenie, prewencja, zasoby, finanse, rozdział.

1. Wstęp

Na szczeblu gminnym realizowane są różne zadania, związane z jej bieżącym funkcjonowaniem. Normalne funkcjonowanie gminy może jednak zostać zakłócone w wyniku wystąpienia sytuacji nadzwyczajnych, związanych z zagrożeniami o zróżnicowanym, naturalnym i cywilizacyjnym charakterze. W celu ograniczenia niekorzystnego wpływu tych zagrożeń, obok działań zwalczających ich skutki, podejmowane są także zadania prewencyjne, ukierunkowane na ograniczanie tych skutków.

Skuteczności przeciwdziałania skutkom służy odpowiednie przygotowanie takich zadań. W tym celu dokonuje się wszechstronnej identyfikacji potencjalnych zagrożeń na terenie gminy. W jej wyniku tworzone są opracowania, podające nie tylko rodzaje zagrożeń, ale także oceniające ich przestrzenny i czasowy zakres, aspekty i skalę oddziaływania oraz potencjalne środki zwalczania i zapobiegania ich skutkom. Identyfikacja nie jest działaniem jednorazowym, gdyż potencjalne pojawianie się nowych zagrożeń i zmiany parametrów zagrożeń już zidentyfikowanych sprawiają, że konieczne jest uaktualnianie powyższych informacji.

Z prowadzeniem działań prewencyjnych wiąże się zaangażowanie różnych zasobów. Z uwagi na ich, zwykle znacząco, ograniczoną dostępność w stosunku do potrzeb, konieczne staje się ich racjonalne wykorzystanie. Służy temu m.in. opracowana autorska procedura rozdzielania zasobów finansowych pomiędzy działania prewencyjne, związane z ograniczaniem skutków potencjalnej realizacji zagrożeń na terenie gminy [1]. Posiada ona szereg zalet. Należą do nich: możliwość ujmowania wpływu czynników trudno mierzalnych i weryfikacji spójności danych, prostota pozyskiwania brakujących informacji oraz elastyczność aplikacyjna. Jej niewątpliwą wadą jest natomiast pomijanie ewentualnych współzależności, występujących pomiędzy rozpatrywanymi zagrożeniami.

W niniejszej pracy przedstawiono propozycję modyfikacji powyższej procedury, uwzględniającej współzależność zagrożeń. W tym celu użyto w tym celu dyskretnego procesu stochastycznego w postaci łańcucha Markowa [2], modelującego przebieg procesu funkcjonowania gminy.

2. Procesy stochastyczne i łańcuchy Markowa

Proces stochastyczny stanowi zbiór (ciąg) wielkości losowych $X(t)$, zależących od wartości parametru t, identyfikującego stan systemu (utożsamianego na ogół z czasem):

$$\{X(t) : t \in T\}. \tag{1}$$

Zakres zmienności parametru T jest nazywany *przestrzenią parametrów*, a zbiór wartości zmiennych losowych Z *przestrzenią stanów*.

Jeżeli zarówno przestrzeń stanów, jak i przestrzeń parametrów mają dyskretny (przeliczalny) charakter to proces stochastyczny określa się mianem *łańcucha stochastycznego*, w którym można numerować kolejne wartości parametru t ($T = \{t_0, t_1, \ldots, t_m, t_{m+1}, \ldots\}$) oraz stany (Z={1, 2, ... , i, i+1, ...}). Należy przy tym zwrócić uwagę na fakt, że nie ma formalnego wymogu, by kolejne elementy przestrzeni stanów były od siebie oddalone o stały dystans. Jeżeli przeliczalny zbiór stanów ma skończony charakter to łańcuch nazywa się *łańcuchem przestrzeni dyskretnej*, a w przypadku nieskończonego charakteru *łańcuchem z czasem dyskretnym*.

Łańcuch (proces) Markowa jest jednym z najprostszych, a zarazem najbardziej efektywnych narzędzi modelowania przebiegu procesów. Stanowi on rodzaj procesu stochastycznego, związanego z brakiem (lub znacznym ograniczeniem w specyficznych rodzajach łańcucha) pamięci o przeszłych stanach rozpatrywanego systemu. Zasadniczo, proces losowy jest łańcuchem Markowa jeśli w jego bieżącym stanie zawarty jest komplet informacji, pozwalającej przewidzieć przyszły stan procesu. Taka własność procesu pozwala uniezależnić jego przyszły rozwój od wcześniejszych stanów. Stochastyczny charakter łańcucha wynika z wyrażenia możliwości zmiany stanu (*przejścia* między stanami) przy pomocy wartości prawdopodobieństwa przejścia. Zasadnicza postać definicji łańcucha Markowa wygląda następująco [3]:

$$\begin{aligned} \underset{m\in\{0,1,2,\ldots\}}{\forall}\ \underset{i_0,i_1,\ldots,i_{m+1}\in Z}{\forall} P\left(X_{tm+1} = i_{m+1} \middle| X_{t_0} = i_0, X_{t_1} = i_1, \ldots, X_{t_m} = i_m\right) = \\ = P(X_{t_m+1} = i_{m+1} | X_{t_m} = i_m). \end{aligned} \tag{2}$$

Prawdopodobieństwo zmiany stanu i na stan j przy przejściu z chwili t_m do chwili t_{m+1} ma warunkowy charakter, nazywa się *prawdopodobieństwem przejścia* i wynosi:

$$P\left(X_{tm+1} = j \middle| X_{t_m} = i\right) = p_{ij}(t_m, t_{m+1}). \tag{3}$$

Wartości prawdopodobieństw przejścia spełniają warunki:

$$\underset{i,j\in Z}{\forall} p_{ij} \geq 0, \quad \underset{i\in Z}{\forall} \sum_j p_{ij} = 1. \tag{4}$$

Spełnienie drugiego z warunków (4) świadczy o tym, że wiersze macierzy P przyjmują postać wektorów stochastycznych (o nieujemnych, sumujących się do jedności składowych). Sama macierz jest więc prawą macierzą stochastyczną [3].

W przypadku skończonej przestrzeni stanów $Z = \{1, 2, ..., n\}$, prawdopodobieństwa przejść między stanami w chwilach t_m i t_{m+1} można wyczerpująco przedstawić w kwadratowej, stochastycznej lewej *macierzy przejścia* o rozmiarze n:

$$\mathbf{P}(t_m, t_{m+1}) = \begin{bmatrix} p_{11}(t_m, t_{m+1}) & p_{12}(t_m, t_{m+1}) & \cdots & p_{1n}(t_m, t_{m+1}) \\ p_{21}(t_m, t_{m+1}) & p_{22}(t_m, t_{m+1}) & \cdots & p_{2n}(t_m, t_{m+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}(t_m, t_{m+1}) & p_{n2}(t_m, t_{m+1}) & \cdots & p_{nn}(t_m, t_{m+1}) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Wiersz i-ty zawiera wartości prawdopodobieństwa odpowiadające zmianom stanu systemu ze stanu i-tego na stany odpowiadające poszczególnym kolumnom. Natomiast j-ta kolumna zawiera wartości prawdopodobieństwa, odpowiadające zmianom stanu systemu na stan j-ty. Należy także zwrócić uwagę na 2 fakty. Po pierwsze, nieujemna wartość prawdopodobieństwa p_{ij} świadczy o możliwości zmiany stanu procesu z i-tego na j-ty. Po drugie, nieujemna wartość prawdopodobieństwa p_{ii} wskazuje na możliwość przejścia procesu ze stanu i do tego samego stanu i. Jest to oczywiście jednoznaczne z dopuszczeniem możliwości braku zmiany stanu procesu w kolejnych momentach.
Jeżeli prawdopodobieństwa przejścia nie zależą od parametru t to mamy do czynienia z *jednorodnym łańcuchem Markowa* o macierzy przejścia w postaci:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Prawdopodobieństwa zestawione w macierzy przejścia pozwalają także wyrazić rozkład prawdopodobieństwa wielkości losowej X_t (a więc rozkład prawdopodobieństwa przyjęcia przez system poszczególnych stanów) w chwili t (7), który wyraża wektor prawdopodobieństwa (8):

$$P(X_t) = \overline{p}(t), \tag{7}$$

$$\overline{\mathbf{p}}(t) = \left[\overline{p}_1(t) \quad \overline{p}_2(t) \quad \ldots \quad \overline{p}_n(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

o stochastycznym charakterze.

Rozkłady prawdopodobieństwa wystąpienia i-tego stanu jednorodnego łańcucha Markowa w momencie $m+k$ (czas t_{m+k}) oraz m (t_m) definiują zależności:

$$\overline{p}_i(t_{m+k}) = \overline{p}_i(t_m) \cdot \mathbf{P}^k, \tag{9}$$

$$\overline{p}_i(t_m) = \overline{p}_i(t_0) \cdot \mathbf{P}^m. \tag{10}$$

Z formuły (10) wynika, że rozkład prawdopodobieństwa w wystąpienia stanu i-tego w momencie t_m jest jednoznacznie opisane przez początkową realizację rozkładu (początkowy stan procesu) oraz macierz przejścia.

Własności łańcucha Markowa stanowią pochodną własności elementów jego przestrzeni stanów. Pośród zasadniczych właściwości stanu można wyróżnić: osiągalność (związaną z praktyczną możliwością przejścia do niego), wzajemnego komunikowania się (praktyczne możliwości dwustronnych przejść pomiędzy dwoma stanami), pochłanialność (brak możliwości opuszczenia stanu przez proces), przejściowość (znikoma możliwość przywrócenia stanu po upływie określonego czasu) lub powracalność (pewne przywrócenie stanu po upływie określonego czasu), okresowość (cykliczne pojawianie się stanu), ergodyczność (nieprzewidywalny charakter występowania stanu) [1].

Ważną, z praktycznego punktu widzenia, cechą jednorodnego, skończonego łańcucha Markowa jest rozkład stacjonarny (równowagi) $\boldsymbol{\pi}$, odpowiadający prawdopodobieństwu wystąpienia poszczególnych stanów w odległej przyszłości. Spełnia on zależność:

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{P}. \tag{11}$$

Oddaje on długookresową stabilność zachowania łańcucha, gdyż wiąże się z wartościami prawdopodobieństw π_i pojawiania się poszczególnych stanów, prawdopodobieństw niezależnych od początkowego stanu procesu.

Istnieje kilka różnych możliwości wyznaczania składowych stochastycznego wektora $\boldsymbol{\pi}$. Pierwsza wykorzystuje definicję rozkładu stacjonarnego:

$$\sum_{j\in S} \pi_j = 1; \quad \forall_{j\in S}\, \pi_j = \sum_{i\in S} \pi_i\, p_{ij}. \tag{12}$$

Podstawą drugiej jest pojęcie *przekroju łańcucha*, związanego z przejściami między różnymi stanami $i \neq j$:

$$\sum_{j\in S} \pi_j = 1; \quad \forall_{i,j\in S} \sum_{j\neq i} \pi_j\, p_{ji} = \sum_{i\neq j} \pi_i\, p_{ij}. \tag{13}$$

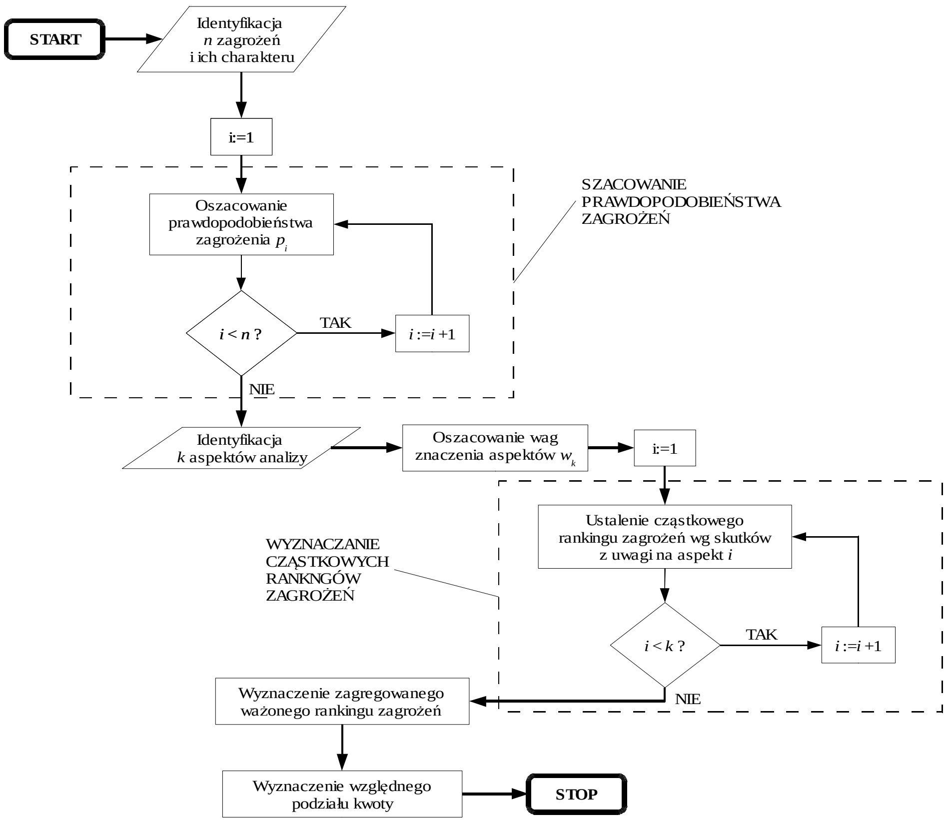
Można jeszcze wykorzystać jeszcze inne sposoby. Przykładowo, skoro wartość prawdopodobieństw w rozkładzie stacjonarnym nie zależy od stanu wyjściowego to rozkład graniczny uzyskamy dzięki wyznaczeniu granicy (14), związanej z wyznaczaniem prawdopodobieństw przejścia po m krokach procesu:

$$\prod = \lim_{m\to\infty} \mathbf{P}^m. \tag{14}$$

$\mathbf{\Pi}$ jest macierzą podwójnie stochastyczną. Każda z jej identycznych kolumn definiuje wektor $\boldsymbol{\pi}$. Praktyczna realizacja wyznaczenia granicy (16) polega na kolejnym przemnażaniu macierzy $\mathbf{P}$ przez samą siebie dopóty, dopóki nie uzyska się dwóch kolejnych rezultatów mnożenia, różniących się w zaniedbywalnym stopniu.

3. Zmodyfikowana postać procedury rozdziału zasobów

Oryginalną postać procedury zilustrowano przykładem obliczeniowym w pracy [4]. Jej schemat obliczeniowy przedstawia rys.1.



Rys. 1. Schemat procedury rozdziału środków finansowych [1]

Składają się nią: identyfikacja występujących zagrożeń, określanie wartości prawdopodobieństwa zagrożeń, identyfikacja i określanie wagi aspektów skutków zagrożeń, wyznaczanie częściowych rankingów zagrożeń dla poszczególnych aspektów skutków oraz agregacja rankingu końcowego i oszacowanie udziału zagrożeń w kwocie przeznaczonej na działania prewencyjne.

Zasadniczo, rodzaje i parametry zagrożeń oraz skala i zakres ich oddziaływania wynikają bezpośrednio z procesu formalnej oceny potencjalnych zagrożeń w gminie. Do szacowania ilościowego wpływu zagrożeń stosowane są elementy eksperckiej metodyki porównań parami w analizie hierarchicznej procesów AHP [5]. W ten sam sposób można oszacować (ewentualnie) brakujące dane np. poziomy prawdopodobieństwa realizacji zagrożeń [1,4].

Kluczowe znaczenie dla właściwego oszacowania udziału zadań, związanych z poszczególnymi zagrożeniami w finansowaniu zadań prewencyjnych ma szacowanie poziomów prawdopodobieństwa realizacji poszczególnych zagrożeń. W pierwotnej postaci procedury przyjęto założenie o braku współzależności między realizacją poszczególnych zagrożeń. W rzeczywistości jednak można liczyć się z takimi współzależnościami. Przykładowo, występowanie obfitych deszczów może skutkować nie tylko pojawieniem się powodzi per se, ale także katastrof technicznych obiektów budowlanych, a w efekcie katastrof komunikacyjnych lub skażenia środowiska. W celu uwzględnienia wpływu realizacji zagrożeń jednego rodzaju na realizację zagrożeń innych rodzajów, posłużono się jednorodnym czasowo łańcuchem Markowa.

Przestrzeń dyskretnych stanów łańcucha, związana jest z sytuacjami: braku realizacji zagrożeń (N) oraz występowaniem pojedynczych rodzajów zagrożeń. Potencjalnie istnieje możliwość przejścia od stanu braku zagrożenia do stanu realizacji zagrożenia oraz przejścia między stanami realizacji poszczególnych rodzajów zagrożeń. Miarą możliwości zmiany stanu z i-tego na j-ty jest określona, niezerowa wartość prawdopodobieństwa ($p_{ij} > 0$). Wartość tę można więc także utożsamiać z miarą powiązania skutkowo-przyczynowego pomiędzy zagrożeniami. Należy przy tym zwrócić uwagę także na to, że realizacja danego zagrożenia może wpływać na szansę jej niezwłocznego powtórzenia, a także pojawiać się z różnym natężeniem. W takich przypadkach uwzględniana jest możliwość braku zmiany stanu (której odpowiada wartość prawdopodobieństwa przejścia $p_{ii} > 0$). Założono również, że zagrożenia pojawiają się wyjątkowo, a więc ich brak w dłuższym czasie odpowiada wysokiemu prawdopodobieństwu przejścia ze stanu braku zagrożeń do tego samego stanu (a więc brakowi realizacji zagrożeń w tym okresie).

Ostatecznie, końcowe poziomy prawdopodobieństwa realizacji poszczególnych stanów wyznaczają graniczne rozkłady prawdopodobieństwa, odpowiadające macierzy przejścia **P**, zdefiniowanej na podstawie wartości prawdopodobieństwa przejścia między poszczególnymi stanami. Na ich podstawie szacuje się udział prawdopodobieństw realizacji poszczególnych zagrożeń w ogólnym prawdopodobieństwie realizacji zagrożeń (stanowiącym dopełnieniu do jedności prawdopodobieństwa braku realizacji zagrożeń). Wartości te wykorzystuje się bezpośrednio do wyznaczenia udziału poszczególnych zagrożeń w finansowaniu działań prewencyjnych.

4. Przykład zastosowania zmodyfikowanej procedury

W celu zilustrowania wpływu zmian dokonanych w procedurze, odwołano się do przykład obliczeniowego, zawartego w pracy [5]. Rozpatrzono w nim sytuację możliwości występowania na terenie hipotetycznej gminy 5 uogólnionych zagrożeń: klęsk żywiołowych (KZ), skażeń środowiska (SS), katastrof techniczych (KT), katastrof komunikacyjnych (KK) oraz masowych zakażeń (MZ). Rozpatrzono także 3 aspekty skutków realizacji zagrożeń (finansowe, społeczne, środowiskowe), którym przyporządkowano jednakowy stopień znaczenia, wynoszący $w_j = 1/3$. W wyniku przeprowadzonej oceny eksperckiej przy użyciu AHP, otrzymano prawdopodobieństwa p_i realizacji (traktowanych niezależnie) zagrożeń oraz skalę ich skutków w poszczególnych aspektach ($\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3$). Nieznormalizowane i znormalizowane udziały zadań, związanych z zagrożenia w funduszu prewencji wyznaczane są dzięki następującym zależnościom:

$$z_i = p_i \cdot \sum_{j=1}^{3} \left(w_j \cdot v_{j_i} \right), \quad \bar{z}_i = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^{5} z_j} \cdot 100\%. \tag{15}$$

Pełny zestaw danych i wyników przykładu [4] przedstawiono w tab. 1.

Tab. 1. Dane i wyniki zastosowania oryginalnej procedury [4]

i	Zagrożenie	Aspekt:	Finansowy	Społeczny	Środ.	z_i wg (11)	$\bar{z}_i$ wg (12)
		w_j =	0,3333	0,3333	0,3333		
		p	$\mathbf{v}_1$	$\mathbf{v}_2$	$\mathbf{v}_3$		
1	KZ	0,149	0,407	0,277	0,212	0,0445	22,4%
2	SS	0,078	0,072	0,098	0,401	0,0148	7,5%
3	KT	0,421	0,253	0,177	0,209	0,0897	45,1%
4	KK	0,266	0,166	0,110	0,124	0,0355	17,9%
5	MZ	0,086	0,102	0,338	0,054	0,0142	7,1%
Suma:	1	1	1	1	0,1987	100%	

Rozpatrywany proces Markowa składa się z $n = 6$ stanów, obejmujących stan braku zagrożenia ($i = 0$) oraz stany realizacji zagrożeń: klęski żywiołowej ($i = 1$), skażeń środowiska ($i = 2$), katastrofy technicznej ($i = 3$), katastrofy komunikacyjnej ($i = 4$) oraz masowych zakażeń ($i = 5$). Założono, że stan początkowi łańcucha odpowiada brakowi realizacji zagrożeń.

W celu porównania efektu uwzględniania współzależności między realizacją poszczególnych zagrożeń dokonano odpowiednich obliczeń dla dwóch przypadków. W pierwszym zrezygnowano z uwzględniania współzależności (oznaczenie I), a w drugim ją uwzględniono (II). W obu przypadkach oszacowano prawdopodobieństwo zachowania stanu $i = 0$ na poziomie 0,82, a wartości prawdopodobieństwa przejścia z tego stanu do stanów realizacji poszczególnych rodzajów zagrożeń na poziomach zachowujących proporcje występujące w przykładzie [4]. Przypadki obliczeniowe różnią się zestawami wartości prawdopodobieństw. W pierwszym z nich, wobec założonego braku powiązań pomiędzy zagrożeniami, występuje brak możliwości przejść między stanami realizacji zagrożeń, czego efektem są wartości prawdopodobieństwa takich przejść równe zeru oraz jednostkowe wartości prawdopodobieństwa przejścia ze stanów zagrożenia do stanu $i = 0$ ($p_{j0} = 0$). W drugim przypadku wartości prawdopodobieństwa, odpowiadające przejściom między stanami występowania zagrożeń dobrano odpowiednio do charakteru współzależności. Postacie macierzy przejścia dla obu przypadków ujęto poniżej (16, 17).

Do wyznaczenie granicznych rozkładów prawdopodobieństwa użyto formuły granicznej postaci macierzy przejścia $\mathbf{\Pi}$ (14). Ostateczne rezultaty uzyskano już w przypadku wartości wykładnika, wynoszącej $m = 6$. Postacie wektorów $\boldsymbol{\pi}$, uzyskane dla obu rozpatrywanych przypadków zaprezentowano dalej w formie zależności (18).

Graniczne wartości prawdopodobieństwa realizacji poszczególnych stanów, uzyskane dla przypadków pominięcia (i uwzględnienia) możliwości współwystępowania realizacji różnych zagrożeń, przy liczbie zmian stanów wynoszącej co najmniej $l = 6$ wynoszą odpowiednio:

1. Brak zagrożenia: 0,8471 (0,8339).
2. Klęska żywiołowa: 0,0227 (0,223).
3. Skażenia środowiska: 0,0119 (0,0176).
4. Katastrofa techniczna: 0,0642 (0,0664).

5. Katastrofa komunikacyjna: 0,0406 (0,0427).
6. Masowe zakażenia: 0,0131 (0,0171).

$$\mathbf{P}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} 0,82 & 0,0268 & 0,014 & 0,0758 & 0,0479 & 0,0155 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

$$\mathbf{P}^{\mathrm{II}} = \begin{bmatrix} 0,82 & 0,0268 & 0,014 & 0,0758 & 0,0479 & 0,0155 \\ 0,79 & 0 & 0,09 & 0,06 & 0,01 & 0,05 \\ 0,875 & 0 & 0,025 & 0 & 0 & 0,10 \\ 0,925 & 0 & 0,025 & 0,025 & 0,025 & 0 \\ 0,925 & 0 & 0,04 & 0,005 & 0,02 & 0,01 \\ 0,9425 & 0 & 0,005 & 0 & 0,0025 & 0,050 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{I}} &= [0,8475 \quad 0,0227 \quad 0,0119 \quad 0,0642 \quad 0,0406 \quad 0,0131], \\ \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{II}} &= [0,8339 \quad 0,0223 \quad 0,0176 \quad 0,0664 \quad 0,0427 \quad 0,0171]. \end{aligned} \tag{18}$$

Ogólnemu prawdopodobieństwu realizacji dowolnego z zagrożeń odpowiada dopełnienie wartości prawdopodobieństwa osiągania stanu realizacji dowolnego zagrożenia:

$$\overline{p}^{\mathrm{I}}_{1\text{-}5} = 1 - \pi^{\mathrm{I}}_0 = 1 - 0,8475 = 0,1525, \qquad \overline{p}^{\mathrm{II}}_{1\text{-}5} = 1 - \pi^{\mathrm{II}}_0 = 1 - 0,8339 = 0,1661. \tag{19}$$

Uzyskaną wartość prawdopodobieństwa realizacji stanu bez realizacji zagrożeń ($i = 0$) równa 0,8475 (0,8339) może wykorzystać do podziału zasobów pomiędzy zadania realizowane w przypadku braku realizacji zagrożenia i zadania prewencyjne.

Procedura rozdziału zasobów wymaga odniesienia prawdopodobieństw realizacji poszczególnych zagrożeń do ogólnego prawdopodobieństwa realizacji dowolnego zagrożenia. W tym celu należy więc podzielić wartości prawdopodobieństw realizacji poszczególnych zagrożeń przez wartości wyliczoną zgodnie z formułą (19):

$$p_i^{\mathrm{I}} = \frac{\pi_i^{\mathrm{I}}}{\overline{p}_i^{\mathrm{I}}}, \quad p_i^{\mathrm{II}} = \frac{\pi_i^{\mathrm{II}}}{\overline{p}_i^{\mathrm{II}}}. \tag{20}$$

Wartości prawdopodobieństw p_i dla obu przypadków obliczeniowych oraz udziały poszczególnych zagrożeń w finansowaniu działań prewencyjnych zestawiono w tab.2. Powyższe udziały ujęto w przedostatniej rubryce, natomiast w ostatniej kolumnie zamieszczono wartości względnej różnicy ε między wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu łańcucha Markowa oraz oryginalnej procedury [4].

Tab. 2. Dane i wyniki przykładowej analizy, uwzględniającej współzależności zagrożeń

i	Zagroż.	$\overline{\mathbf{p}}$	Aspekt:	Finans.	Społ.	Środ.	z_i wg (15)	$\overline{z}_i$ wg (15)	ε
			$w_j =$	0,3333	0,3333	0,3333			
			$\mathbf{p}$	$\mathbf{v}_1$	$\mathbf{v}_2$	$\mathbf{v}_3$			
				I					
1	KZ	0,0227	0,1489	0,407	0,277	0,212	0,0445	22,4%	0%
2	SS	0,0119	0,0778	0,072	0,098	0,401	0,0148	7,5%	0%
3	KT	0,0642	0,4211	0,253	0,177	0,209	0,0897	45,2%	0%
4	KK	0,0406	0,2661	0,166	0,110	0,124	0,0355	17,9%	0%
5	MZ	0,0131	0,0861	0,102	0,338	0,054	0,0142	7,1%	0%
	Suma:	0,1525	1	1	1	1	0,1987	100%	
				II					
1	KZ	0,0223	0,1346	0,407	0,277	0,212	0,0402	20,4%	9,6%
2	SS	0,0176	0,1060	0,072	0,098	0,401	0,0202	10,3%	27,1%
3	KT	0,0664	0,3997	0,253	0,177	0,209	0,0851	43,3%	4,3%
4	KK	0,0427	0,2570	0,166	0,110	0,124	0,0343	17,4%	2,5%
5	MZ	0,0171	0,1027	0,102	0,338	0,054	0,0169	8,6%	17,1%
	Suma:	0,1661	1	1	1	1	0,1987	100%	

Z powyższego zestawienia wynikają 2 wnioski. Po pierwsze, zgodnie z wcześniejszymi przewidywaniami, zastosowanie procesu Markowa przy założeniu braku współzależności realizacji zagrożeń dostarczyło takich samych wyników jako oryginalne podejście, wykorzystujące to samo założenie. Po drugie, porównanie wyników obliczeń przeprowadzonych przy założeniu współzależności realizacji zagrożeń z wynikami uzyskanymi przy jej pominięciu wskazują jednoznacznie na to potencjalną skalę skutków pominięcia współzależności, sięgającą w badanym przypadku prawie 30%.

5. Podsumowanie i wnioski

Wyniki przykładowej analizy wskazują na przydatność wprowadzonej modyfikacji procedury rozdziału środków finansowych. Pozwala ona bowiem prosto uwzględniać współzależności, występujące pomiędzy realizacją poszczególnych rodzajów zagrożeń. Ponadto, dzięki jej zastosowaniu uzyskuje się informację o prawdopodobieństwie braku zagrożeń. Dysponując taką informacją można przykładowo dokonać podziału dostępnego budżetu gminy na zadania bieżące i związane z przeciwdziałania skutkom zagrożeń.

Przedstawiona procedura ma na tyle ogólny charakter, że można ją także używać do rozdziału innych, ograniczonych zasobów. Jej zastosowanie ułatwia elastyczność użytych elementów metodyki AHP. Umożliwiają one zasadniczo uwzględnianie trudno mierzalności, pozyskiwanie brakującej informacji, przy jednoczesnym zachowaniu spójności danych, a także dostosowanie procedury do lokalnej specyfiki gminy. Nie bez znaczenia jest także wykorzystanie przez procedurę prostych mechanizmów obliczeniowych, które wpływają na małe wymagania odnośnie narzędzi obliczeniowych. Do wykonania niezbędnych obliczeń w zupełności wystarcza bowiem aplikacja arkusza kalkulacyjnego.

Powyższe zalety procedury sprawiają, że stanowi ona interesujące narzędzie wspomagania zarządzania zasobami i zadaniami przeciwdziałania skutkom zagrożeń w gminie.

Literatura

1. Dytczak M., Ginda G., Grot A.: Procedura rozdziału środków finansowych na zadania prewencyjne związane z zagrożeniami w gminie. [w:] Mierczyk Z., Wasilczuk J. (red.): XIII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna na temat „Ochrona ludności przed skutkami nadzwyczajnych zagrożeń" EKOMILITARIS 2009, Zakopane, 8–11 września 2009, WAT, Warszawa 2009, s. 153-160.
2. Mitzenmacher M., Upfal E.: Metody probabilistyczne i obliczenia. WNT, Warszawa 2009.
3. Bronsztejn I. N., Siemiendiajew K.A., Musiol G., Mühlig H.: Nowoczesne kompendium matematyki. WN PWN, Warszawa 2007.
4. Dytczak M., Ginda G., Grot A.: Przykładowe zastosowanie procedury rozdziału środków finansowych na zadania prewencyjne związane z zagrożeniami w gminie. [W:] Mierczyk Z., Wasilczuk J. (red.): XIII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna na temat „Ochrona ludności przed skutkami nadzwyczajnych zagrożeń" EKOMILITARIS 2009, Zakopane, 8–11 września 2009, WAT, Warszawa 2009, s. 146-152.
5. Saaty T.L.: Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process. RWS Publ., Pittsburgh 1994.

Dr hab. inż. Mirosław DYTCZAK, prof. PO
Dr inż. Grzegorz GINDA
Katedra Badań Operacyjnych w Zarządzaniu
Politechnika Opolska
45-047 Opole, ul. Waryńskiego 4
tel./fax.: (0-77) 454 35 33 / 453 04 71
e-mail: mdytczak@gmail.com
gginda@gmail.com