

KOMPLEKSOWE STRUKTURY ROZGRYWAJĄCE PARAMETRYCZNIE W BADANIU WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH UKŁADÓW MASZYNOWYCH

Adam DEPTUŁA, Marian A. PARTYKA

Streszczenie: W opracowaniu przedstawiono zastosowanie grafów zależności i drzew rozgrywających parametrycznie do analizy i syntezy własności dynamicznych układów maszynowych. Graf zależności wiąże ze sobą wielkości wejściowe, wyjściowe oraz funkcje zależne od czasu i parametry konstrukcyjne. W wyniku rozkładu grafu zależności od danego wierzchołka początkowego otrzymuje się strukturę drzewiastą rozgrywającą parametrycznie. Połączenie ze sobą struktur drzewiastych otrzymanych w wyniku rozkładu grafu od każdego z wierzchołków prowadzi do kompleksowej struktury drzewiastej, która strukturalnie opisuje zbiór wszystkich podukładów danego układu maszynowego, a także zbiór odpowiednich parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych.

Słowa kluczowe: graf zależności, struktura systemowa, kompleksowe drzewo rozgrywające parametrycznie.

1. Wstęp

Model procesu projektowania danego układu musi umożliwić ustalenie odpowiednich relacji i prawidłowości potrzebnych do ilościowego ujęcia tego procesu. Powinien także zawsze uwzględniać możliwości rozwoju danego układu w zakresie strukturalnym i parametrycznym. Od projektanta wymaga się prawidłowej oceny modelu matematycznego, opisującego dany układ za pomocą zmiennych. Modele opisują dany układ z różną dokładnością. Optymalizacja przebiegu obliczeń, a także znalezienie wersji optymalnych projektowanego układu, wymagają spełnienia odpowiednich ograniczeń oraz maksymalizacji albo minimalizacji zbioru kryterialnego.

Tablice decyzyjne [3] i funkcje logiczne [5, 9, 11, 12, 13] mają zastosowanie w zagadnieniach modelowania układów maszynowych, które opisane są równaniami różniczkowymi (zwykłymi lub cząstkowymi). Wynika to z faktu, że występujące elementy nieliniowe można rozdzielić na skończoną liczbę elementów (części) liniowych, co prowadzi do otrzymania kilku układów liniowych w sensie przebiegu modelowania z pierwotnego pojedynczego układu nieliniowego. W trakcie procesu optymalizacji od projektanta-decydenta wymaga się, aby podejmowane decyzje były optymalne i spełniały określone kryteria.

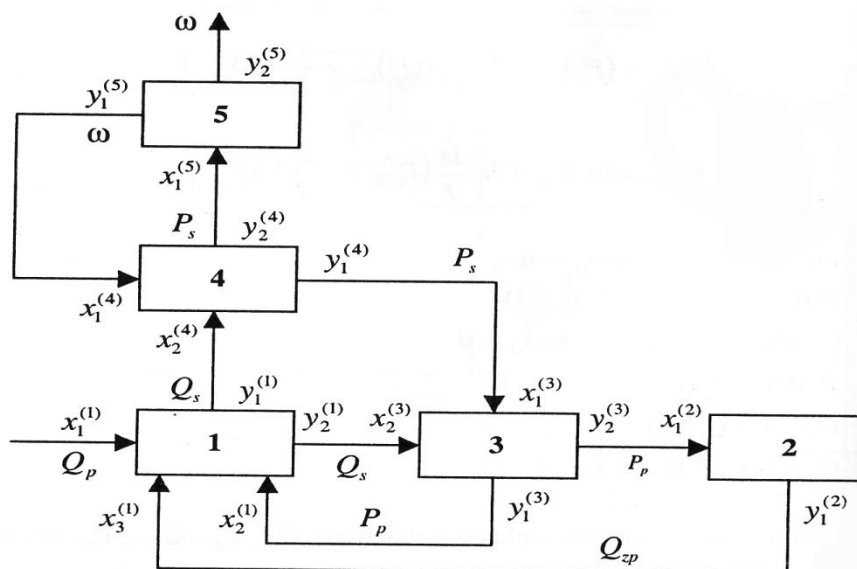
Współczesne systemy wspomagania decyzji kładą nacisk na nowoczesne techniki przetwarzania informacji w celu usprawnienia procesu decyzyjnego. Zarówno w tworzeniu wiedzy dla potrzeb przedsiębiorstwa jak i w określeniu wytycznych konstrukcyjnych dla projektanta niezbędne jest posługiwanie się odpowiednim narzędziem opisującym proces decyzyjny. Główną płaszczyzną realizacji tego procesu jest zbiór decyzji (i relacji między nimi) z jakich decydent może skorzystać w celu jego rozwiązania. Do takich narzędzi należą m.in. grafy zależności.

2. Zastosowanie grafu zależności do analizy układu hydraulicznego

Zagadnienie modelowania układów mechanicznych za pomocą grafów sprowadza się m.in. do analizy i syntezy, gdzie korzysta się z analogii wynikającej z identycznego ich opisu matematycznego. Grafy i liczby strukturalne od dawna odgrywają rolę jako modele układów mechanicznych [16, 17] i nadal są systematycznie rozwijane [1,2]. W odróżnieniu od grafów, struktury dendrytowo-drzewiaste nie mają cykli, ale może istnieć różna liczba wierzchołków początkowych. Dlatego takie struktury mają zastosowanie do wariantowego przeszukiwania i optymalizacji rozwiązań projektowanego układu, np.: [12, 13]. Odmienne podejście może być przeprowadzone jako przetłumaczenie skierowanego grafu zależności na strukturę drzewiastą rozgrywającą parametrycznie [14, 15].

Przykład

Dla ustalonego układu hydraulicznego, składającego się z pompy zębatej, zaworu przelewowego, rozdzielacza i silnika obciążonego dużym masowym momentem bezwładności można napisać strukturę systemowa (rys.1) [10].



Rys. 1. Struktura systemowa układu hydraulicznego

Model matematyczny ma postać:

1. równanie natężenia przepływu z pompy

$$Q_s = Q_p 1(t) - \frac{1}{R_{p0}} P_p - Q_{zp}, \text{ gdzie } \frac{1}{R_{p0}} = \frac{1}{R_{pp}} + \frac{1}{R_{pz}} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_s} \quad (1)$$

oraz:

P_p - ciśnienie w linii tłocznej pompy,

Q_p - wydajność teoretyczna pompy,

Q_{zp} - natężenie przepływu przez zawór przelewowy,

Q_s - natężenie przepływu podawane do części odbiorczej układu;

2. równanie zaworu przelewowego

$$\begin{aligned} Q_{zp} &= 0 \text{ dla } P_p \leq P_0 \\ \frac{dQ_{zp}}{dt} &= \frac{K}{T} P_p - \frac{1}{T} Q_{zp} \text{ dla } P_p > P_0 \end{aligned} \quad (2)$$

3. równanie strat ciśnienia

$$P_p = R_l Q_s + P_s \quad (3)$$

gdzie: P_s - spadek ciśnienia między komorami roboczymi silnika

4. równanie przepływowe silnika

$$\frac{dP_s}{dt} = \frac{1}{C} Q_s - \frac{D}{C} \omega \quad (4)$$

gdzie: ω - prędkość kątowna wału silnika

5. równanie momentów silnika

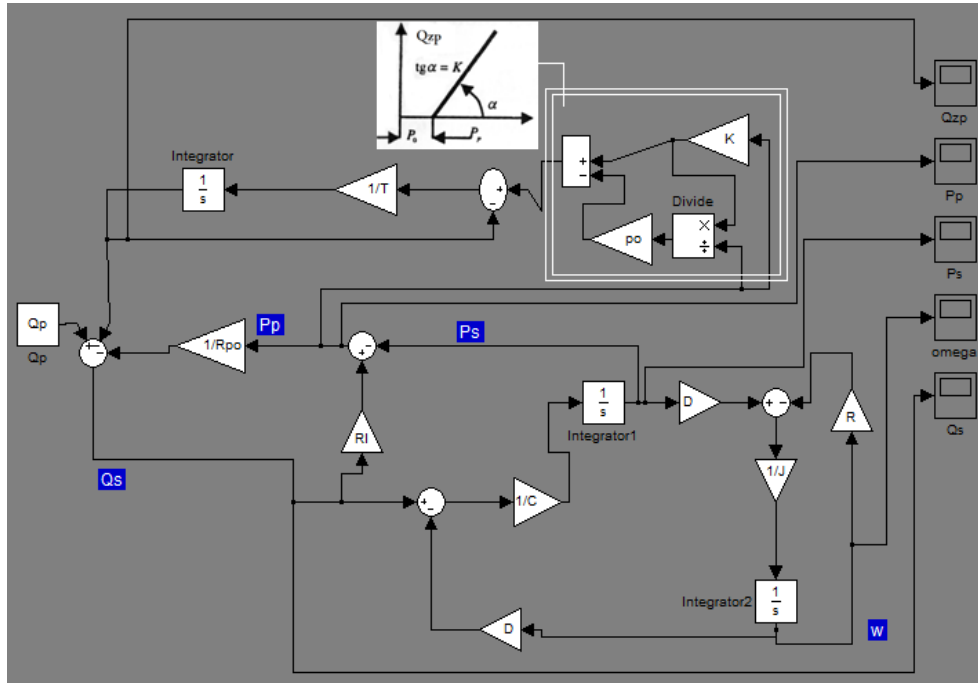
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{D}{J} P_s - \frac{R}{J} \omega, \text{ tzn. } J \frac{d\omega}{dt} = D P_s - R \omega. \quad (5)$$

Na rys. 2 przedstawiono schemat blokowy układu hydraulicznego w pakiecie Matlab/Simulink.

Ponieważ niewiadome funkcje P_p , P_s , Q_s , Q_{zp} , ω są obliczone na podstawie danego wejścia układu Q_p , więc istnieje struktura systemowa (rys. 1). Wynikają stąd następujące zapisy grafu zależności:

1. Z jakich sygnałów powstał dany sygnał:

$$Q_{zp}(P_p), P_p(Q_s, P_s), P_s(Q_s, \omega), \omega(P_s), Q_s(Q_p, P_p, Q_{zp});$$



Rys. 2. Schemat blokowy układu hydraulicznego w pakiecie Matlab/Simulink

2. Jakie sygnały tworzy dany sygnał:

$$Q_s(P_p, P_s), P_p(Q_{zp}, Q_s), Q_{zp}(Q_s), P_s(P_p, \omega), Q_p(Q_s).$$

Ogólnie można otrzymać rozwiązanie grafowe w ujęciu drzewiastym dla układu hydraulicznego z rys. 1 przy uwzględnieniu parametrów konstrukcyjnych i następujących zapisów zależności:

1. Z jakich sygnałów powstał dany sygnał:

$$Q_{zp}(P_p | K, T); P_p(P_s; Q_s | R_l); P_s(Q_s | C; \omega | C, D); \omega(P_s | D, J; R);$$

$$Q_s(Q_p; P_p | R_{p0}; Q_{zp});$$

2. Jakie sygnały tworzy dany sygnał:

$$Q_s(P_p, R_l; P_s, C); P_p(Q_{zp}, K, T; Q_s, R_{p0}); Q_{zp}(Q_s); P_s(P_p; \omega, D, J);$$

$$Q_p(Q_s); \omega(P_s, D, C).$$

W tym przypadku ostatecznie otrzymano rozwiązanie grafowe (dla wierzchołka początkowego Q_p), które jest wieloznaczne z punktu widzenia kolejnego otrzymywania podgrup:

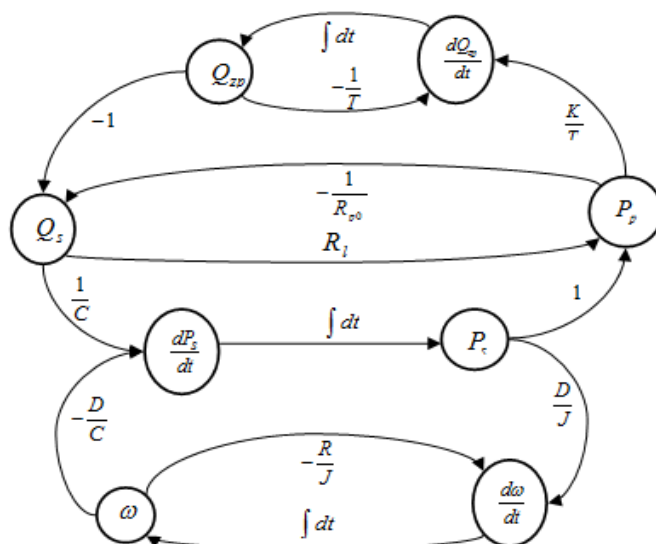
$$\begin{aligned}
& -(\{Q_p, Q_s, P_p, P_s, R_l, C\}), \quad --(\{T, Q_{zp}\}, \{K\}), \quad --(\{Q_{zp}\}, \{K\}, \{T\}), \\
& --(\{K, Q_{zp}\}, \{T\}), \quad ---\{R_{p0}\}, \quad ----(\{\omega, J\}, \{D\}), \quad ----(\{\omega, D\}, \{J\}).
\end{aligned}$$

Z równań dynamiki można określić wzajemne powiązania wszystkich funkcji zależnych od czasu. W wyniku zapisania i przeprowadzenia rozkładu grafu zależności tych funkcji, otrzymuje się grupy rozkładu, które strukturalnie opisują własności kolejnych podukładów danego układu maszynowego [4].

2.1 Graf zależności dla struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie

Graf definiuje się jako uporządkowaną parę zbiorów. Pierwszy z nich zawiera wierzchołki grafu, a drugi składa się z krawędzi grafu czyli uporządkowanej pary wierzchołków.

Analizowany układ hydrauliczny (rys. 2), składający się z elementów połączonych ze sobą w sposób umożliwiający przepływ sygnałów, może być zapisany za pomocą grafu zależności dla struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie (rys. 3) [6, 7, 8].



Rys.3. Skierowany graf zależności przepływu sygnałów

Skierowany graf zależności składa się ze zbioru wierzchołków V opisujących funkcje zależne od czasu:

$$V = \left\{ Q_s, \frac{dP_s}{dt}, P_s, \frac{d\omega}{dt}, \omega, P_p, \frac{dQ_{zp}}{dt}, Q_{zp} \right\}$$

oraz ze zbioru krawędzi A , czyli uporządkowanej pary wierzchołków opisujących parametry konstrukcyjne i/lub eksploatacyjne oraz przekształcenia analityczno-algebraiczne:

$$A = \left\{ \frac{1}{C}, \int dt(P_s), \frac{D}{J}, \int dt(\omega), -\frac{R}{J}, -\frac{D}{C}, -1, -\frac{1}{R_{p0}}, R_l, \frac{K}{T}, \int dt(Qzp), -\frac{1}{T} \right\}$$

Rozkład grafu od wybranego wierzchołka w pierwszym etapie prowadzi do struktury drzewiastej z cyklami, a potem do ogólnej struktury drzewiastej rozgrywającej parametrycznie [7, 8]. Każda ze struktur posiada właściwy zapis analityczny: G_i^+ oraz G_i^{++} , gdzie i oznacza wierzchołek, od którego dokonano rozkładu grafu. Należy zaznaczyć, że jako wierzchołki początkowe wybierane są tylko te opisujące daną funkcję zależną od czasu, a nie jej pochodną (rozkład grafu od dwóch wierzchołków związanych z tą samą wielkością nie wpływa na właściwości struktury rozgrywającej parametrycznie, gdyż oba wierzchołki związane są ze sobą pojedynczą krawędzią-decyzją oznaczającą przekształcenie analityczne). Zatem zbiór V' wierzchołków od których jest możliwy rozkład grafu zależności:

$$V' = Q_s, P_s, \omega, P_p, Q_{zp}$$

Rozkładając graf od każdego z wierzchołków otrzymuje się zbiór D struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie:

$$D = G_{Q_s}^{++}, G_{P_s}^{++}, G_{\omega}^{++}, G_{P_p}^{++}, G_{Q_{zp}}^{++}$$

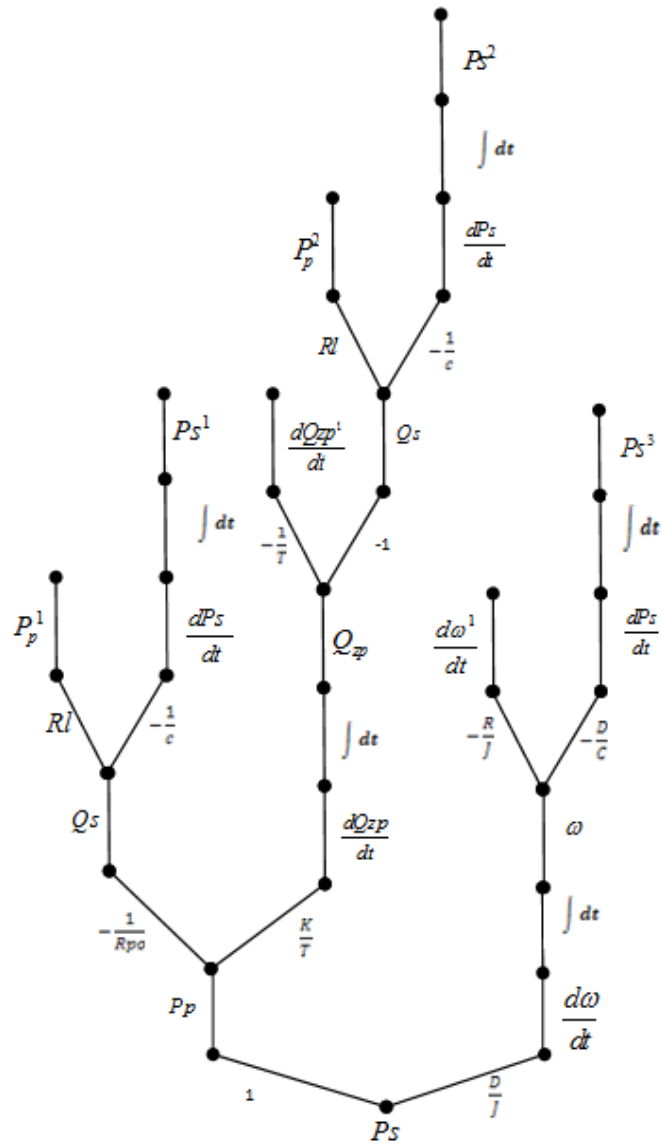
Na rys. 4 i 5 przedstawiono struktury rozgrywające parametrycznie kolejno od wierzchołków P_s i P_p opisanych równaniami (6) i (7).

$$G_{P_s}^{++} = ({}^0 P_s ({}^1 1 P_p ({}^2 - \frac{1}{R_{p0}} Q_s ({}^3 R_l P_p^1, -\frac{1}{C} \frac{dP_s}{dt} ({}^4 \int dt P_s^1)^4)^3), \quad (6)$$

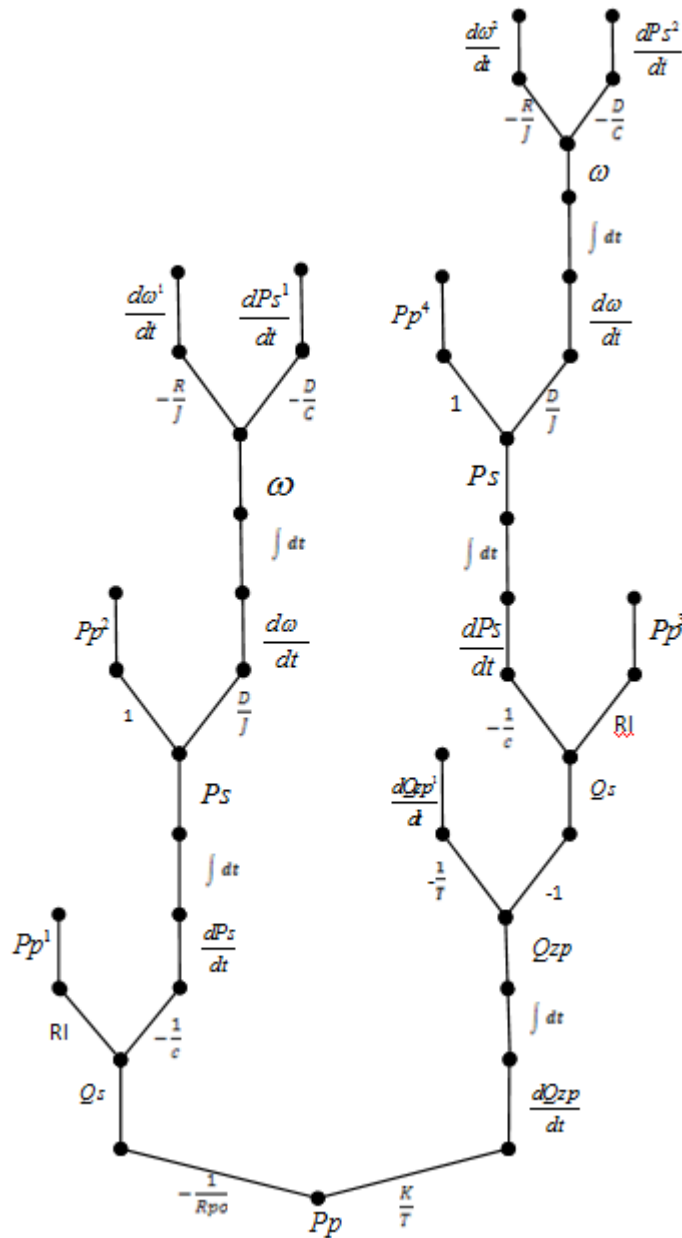
$$\frac{K}{T} \frac{dQ_{zp}}{dt} ({}^3 \int dt Q_{zp} ({}^4 - \frac{1}{T} \frac{dQ_{zp}}{dt}, -1 Q_s ({}^5 R_l P_p^2, -\frac{1}{C} \frac{dP_s}{dt} ({}^6 \int dt P_s^2)^6)^5)^4)^3)^2, \\ \frac{D}{J} \frac{d\omega}{dt} ({}^2 \int dt \omega ({}^3 - \frac{D}{C} \frac{dP_s}{dt} ({}^4 \int dt P_s^3)^4, -\frac{R}{J} \frac{d\omega^1}{dt})^3)^2)^1)^0$$

$$G_{P_p}^{++} = ({}^0 P_p ({}^1 - \frac{1}{R_{p0}} Q_s ({}^2 R_l P_p^1, -\frac{1}{C} \frac{dP_s}{dt} ({}^3 \int dt P_s ({}^4 1 P_p^2, \frac{D}{J} \frac{d\omega}{dt} ({}^5 \int dt \omega ({}^6 - \frac{D}{C} \frac{dP_s^1}{dt}, \quad (7)$$

$$-\frac{R}{J} \frac{d\omega^1}{dt})^6)^5)^4)^3)^2, \frac{K}{T} \frac{dQ_{zp}}{dt} ({}^2 \int dt Q_{zp} ({}^3 - \frac{1}{T} \frac{dQ_{zp}}{dt}, -1 Q_s ({}^4 R_l P_p^3, -\frac{1}{C} \frac{dP_s}{dt} ({}^5 \int dt P_s ({}^6 1 P_p^4, \frac{D}{J} \frac{d\omega}{dt} ({}^7 \int dt \omega \\ ({}^8 - \frac{D}{C} \frac{dP_s^2}{dt}, -\frac{R}{J} \frac{d\omega^2}{dt})^8)^7)^6)^5)^4)^3)^2)^1)^0$$



Rys. 4. Struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie od wierzchołka początkowego P_s



Rys. 5. Struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie od wierzchołka początkowego P_p

3. Kompleksowe struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie

Struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie od każdego wierzchołka początkowego różnią się między sobą kształtem i własnościami. Opisują proces decyzyjny i

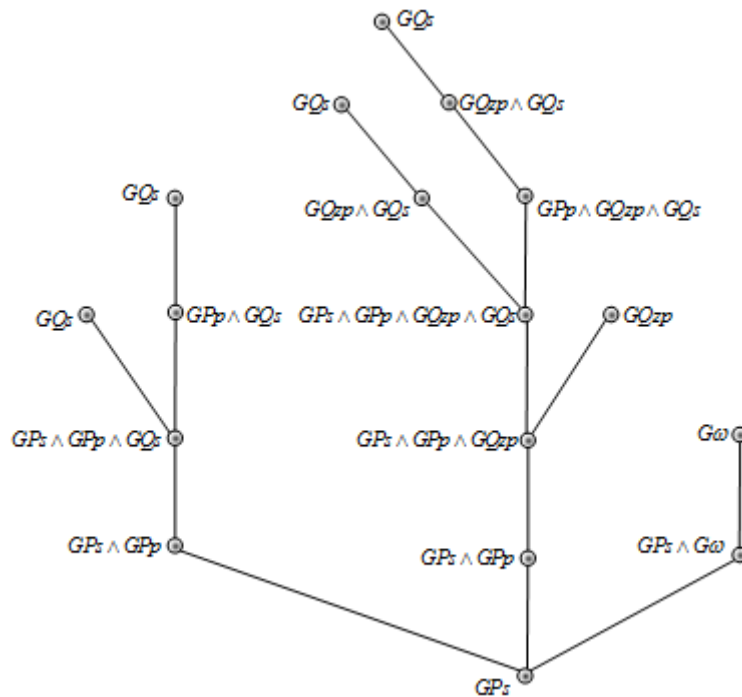
przestrzeń możliwych do uzyskania stanów pracy układu hydraulicznego po wcześniejszych zmianach parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych. Istotną rzeczą jest wyodrębnienie z grafu zależności najważniejszych stanów determinowanych przez wierzchołki, a także najważniejszych decyzji determinowanych przez krawędzie. W tym celu buduje się kompleksowe struktury drzewiaste.

Kompleksowa struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie powstaje poprzez nałożenie wszystkich struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie od każdego z wierzchołków na strukturę rozgrywającą od ustalonego wcześniej wierzchołka. W związku z tym istnieje zbiór S struktur rozgrywających parametrycznie:

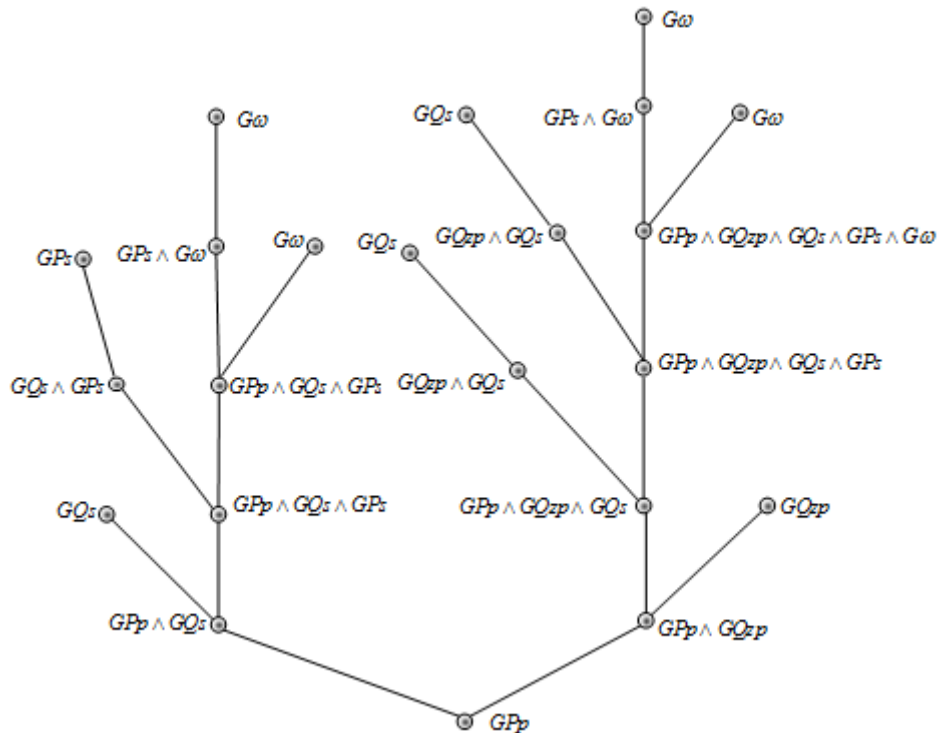
$$S = S_{GQ_s}, S_{GP_s}, S_{G\omega}, S_{GP_p}, S_{GQ_{zp}}$$

gdzie np.: S_{GQ_s} - oznacza strukturę kompleksową powstałą poprzez nałożenie wszystkich struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie ze zbioru D na strukturę rozgrywającą parametrycznie od ustalonego wcześniej wierzchołka $G_{Q_s}^{++}$.

Na rys. 6 przedstawiono kompleksową strukturę S_{GP_s} , natomiast na rys. 7 kompleksową strukturę S_{GP_p} .



Rys. 6. Struktura kompleksowa S_{GP_s}



Rys. 7. Struktura kompleksowa S_{Gpp}

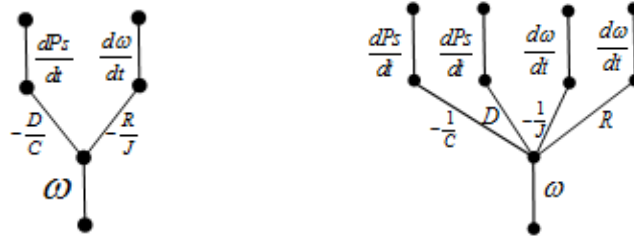
Węzły na kompleksowych strukturach drzewiastych odpowiadają decyzjom, przekształceniom analityczno-algebraicznym i stanom właściwym dla danej struktury rozgrywającej parametrycznie. Jeśli odpowiednie fragmenty struktur rozgrywających parametrycznie pokrywają się, wówczas węzeł opisuje koniunkcje takich struktur. Węzeł na strukturze kompleksowej będący iloczynem wszystkich elementów ze zbioru D nazywa się pełnym i oznaczany jest γ .

Na przykład na strukturze kompleksowej S_{Gpp} z rys.7 występuje jeden taki węzeł opisany iloczynem $Gpp \wedge GQsp \wedge GQs \wedge GPs \wedge G\omega$. Odpowiada on wspólnej części wszystkich struktur rozgrywających parametrycznie ze zbioru D , przedstawionej na rys.8.

Oznacza to, że niezależnie od jakiego ustalonego wcześniej wierzchołka następuje rozkład skierowanego grafu zależności z rys. 3, proces decyzyjny na pewno będzie przebiegał poprzez elementy z rys. 8.

Ponieważ na kompleksowych strukturach rozgrywających parametrycznie może być n węzłów pełnych γ_n , dlatego istnieje rodzina B zbiorów pełnych węzłów ze wszystkich struktur zbioru S :

$$B \subseteq \gamma_1, \dots, \gamma_n : \gamma_1, \dots, \gamma_n \in G_{Qs}^{++} \wedge G_{Pp}^{++} \wedge G_{Ps}^{++} \wedge G_{\omega}^{++} \wedge G_{Qzp}^{++}, \gamma_1 \neq \gamma_2 \dots \neq \gamma_n$$



Rys. 8. Część wspólna wszystkich struktur rozgrywających parametrycznie (z ewentualnym rozpisaniem na oddzielne parametry konstrukcyjno- eksploatacyjne)

Należy zaznaczyć, że kompleksowe struktury rozgrywające parametrycznie zostały przedstawione w sposób uproszczony, gdyż nie zaznaczono na rysunkach (ze względów objętościowych) szczegółowych pojedynczych oznaczeń dla krawędzi jako parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych rozpatrywanego układu hydraulicznego.

4. Wnioski

Kompleksowe struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie mogą być zbudowane od dowolnych ustalonych wcześniej wierzchołków początkowych, opisujących stany analizowanego układu. Złożoność decyzyjna takich struktur zależy od ustalonego wcześniej wierzchołka początkowego rozkładu. W szczególności na niektórych kompleksowych strukturach drzewiastych rozgrywających parametrycznie mogą istnieć węzły (wierzchołki) złożone ze wszystkich dopuszczalnych stanów układu, co oznacza możliwość wyznaczenia wspólnej części wszystkich struktur rozgrywających parametrycznie.

Złożoność decyzyjna kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie zachowuje grafikę obiegu informacji dla przypadku, gdy połączenia wierzchołkowe zostaną opisane pojedynczymi parametrami konstrukcyjno- eksploatacyjnymi w miejsce dosłownych oznaczeń według układu równań algebraiczno-różniczkowych.

Istnieje możliwość wprowadzenia dalszych modyfikacji oraz uogólnień.

Literatura

1. Buchacz A., Computer Aided Synthesis of Bar Systems Characterized by a Cascade Structure Represented by Graphs; 1st Inter. Confer. on Graphs and Mechanics, Ustroń 1993 (vol.1), Polit. Śląs., Gliwice 1993.
2. Buchacz A., Projektowanie układów prętowych ze względu na zadane widmo częstości, Transp. Przemysł. Nr 2(32)- supl./2008.
3. Cholewa W., Kaźmierczak J., Diagnostyka techniczna maszyn. Przetwarzanie cech sygnałów, skrypt nr 1904, Politechnika Śląska, Gliwice, 1995.
4. Coner L., Partyka M. A., Application of dendritic classifiers and dependence graphs in CAD of decision processes with use of the machine systems as an example, 4th Confer. Neural Netw. And Their Applic., Zakopane 1999, Depart. of Comput. Engin., Techn. Univ. of Częstochowa, Częstochowa 1999.
5. Deptuła A., Analiza porównawcza optymalnych zmodyfikowanych drzew logicznych w ocenie odporności parametrów układu na zmiany warunków pracy; XXXVIII Konf. Zast. Mat., Zakopane 2009, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2009.

6. Deptuła A, Partyka M.A, Application of game graphs in optimization of dynamic system structures; International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 2010, vol.15, No.3, pp. 647-656.
7. Deptuła A., Partyka M. A, Badanie własności dynamicznych układów maszynowych z uwzględnieniem wielokrotnej numeracji wierzchołkowej dla drzew rozgrywających parametrycznie, Napędy i Sterowanie 3/2010.
8. Deptuła A., Partyka M. A, Zastosowanie grafów zależności i drzew rozgrywających parametrycznie w procesie innowacji na przykładzie układów maszynowych, XIII Konferencja Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie; Zakopane 2010, Pol. Tow. Zarz. Prod. PTZP 2010.
9. Hong S.I., Ostapko D. L., On the complementation of Boolean functions, IEEE Trans. Comp., 1975, 24.
10. Lipski J., Napędy i sterowania hydrauliczne, WK i Ł, Warszawa 1981.
11. Partyka M.A., An application of structural Boolean decisions to the CAD of mechanical systems. AMSE Confer. Model Simul., Karlsruhe 1987, AMSE Period. Model. Sim. Cont., 1988, vol.17, No.4.
12. Partyka M. A., Some remarks on the Quine – Mc Cluskey minimization algorithm of multiple-valued partial functions for design structures, 7th Inter. Cong. Log. Method. Phil. Sc., Salzburg 1983.
13. Partyka M. A., The Quine- Mc Cluskey minimization algorithm of individual multiple-valued partial functions for digital control systems, 3rd Inter. Confer. Syst. Engin., Wright State University, Dayton 1984.
14. Kazimierczak J., Teoria gier w cybernetyce, Wiedza Powszechna, Omega, Warszawa 1973.
15. Kazimierczak J., System cybernetyczny, Wiedza Powszechna, Omega, Warszawa 1978
16. Wojnarowski J., Buchacz A., Nowak A., Świder J., Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych, Skr. Nr 1266, Polit. Śląs., Gliwice 1986.
17. Wojnarowski J., Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych, Inst. Podst. Konst. Masz. Polit. Śląs., Gliwice 1977.

Prof. dr hab. Marian A. PARTYKA
 Mgr inż. Adam DEPTUŁA
 Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki
 Instytut Innowacyjności Procesów i Produktów
 Katedra Inżynierii Wiedzy
 Politechnika Opolska
 45-370 Opole, ul. Ozimska 75
 tel./fax: (77) 423-40-44; tel. (77) 423-40-31
 tel. (77) 453-84-48 w. 158
 e-mail: a.deptula@po.opole.pl



KAPITAŁ LUDZKI
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
 EUROPEJSKI
 FUNDUSZ SPOŁECZNY



Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego