

# METODYKA POSZUKIWANIA INNOWACYJNYCH ROZWIĄZAŃ ZA POMOCĄ OPTYMALNEJ STRATEGII INWESTYCYJNEJ W ENERGETYCE

Anna DUCZKOWSKA-KĄDZIEL

**Streszczenie:** Praca poświęcona jest poszukiwaniu innowacyjnego rozwiązania, które niesie w sobie informacje dotyczącą celu znalezienia najkorzystniejszego rozwiązania z możliwością wykorzystywania narzędzi do optymalizacji strategii przedsięwzięć inwestycyjnych w energetyce.

**Słowa kluczowe:** optymalne strategie inwestycyjne, zasada maksimum Pontriagina, zasada optymalności Bellmana, NPV, energetyka

## 1. Wprowadzenie

Jednym z podstawowych czynników zarządzania przedsiębiorstwem jest zaspokojenie potrzeb informacyjnych pracowników, którzy podejmują decyzje na różnych szczeblach jego struktury organizacyjnej. W tym celu podmioty gospodarcze tworzą systemy informacyjne przedsiębiorstwa, których funkcjonowanie umożliwia zarządzanie przedsiębiorstwem. Przedsiębiorstwo chcąc podjąć decyzje dotyczące wprowadzenia nowych inwestycji musi w pierwszej kolejności m.in. prawidłowo skonstruować system prognostyczny przedsiębiorstwa, którego zadaniem jest tworzenie prognoz dotyczących czynników bliższego i dalszego otoczenia oraz zmiennych charakteryzujących jego działalność.

W prognozach bliższego otoczenia należy stosować integrację ilościowych metod prognozowania oraz oceny ekspertów. Budowanie i zastosowanie kombinacji prognoz ilościowych z jakościowymi pozwala zbudować prognozy bardziej efektywne, unikając obciążenia prognoz i politycznych manipulacji. Dla zapoczątkowania nowej inwestycji należy również przygotować i aktualizować prognozowanie czynników otoczenia dalszego przedsiębiorstwa. Należą do nich dane przygotowane przez wyspecjalizowane instytucje naukowe, urzędy czy banki, a także dane publikowane na stronach internetowych instytucji budujących prognozy koniunktury w obszarach takich jak: gospodarka, konsumpcja czy demografia.

Zaangażowanie dużych środków finansowych wymaga znalezienia optymalnej strategii inwestycyjnej (co pociąga za sobą konieczność odpowiedzi na następujące pytania) Wymaga znalezienia odpowiedzi na następujące pytania: jakie technologie energetyczne [2–6] należy stosować; jaki wpływ na końcową wartość założonego kryterium celu przy poszukiwaniu optymalnej strategii inwestycyjnej mają ceny nośników energii i relacje między nimi; jak rozłożyć w czasie spłatę finansowych środków własnych lub kredytowanych, by w założonym horyzoncie czasowym osiągnąć założony cel.

Powyższe pytania są pytaniami o ekonomiczną efektywność inwestycji w energetyce. Oczywiście jest, że powinna być ona jak największa, a koszty wytwarzania energii elektrycznej powinny być jak najmniejsze [1]. Interesującą pozycją analizującą rynkowe warunki inwestowania w energetykę jest monografia [8].

Aby móc zbadać dowolne zjawisko techniczne, ekonomiczne, techniczno-ekonomiczne należy zbudować jego model matematyczny. Model ten powinien obejmować jak najwięcej możliwych zjawisk tak aby w jak najlepszym stopniu odwzorowywać rzeczywiste procesy zachodzące w wybranych dziedzinach życia. Należy jednak pamiętać, że opis matematyczny nie uwzględnia wszystkich możliwych zjawisk ekonomicznych, gospodarczych i fizycznych oraz parametrów fizycznych opisujących te zjawiska. Stąd, trzeba mieć na uwadze, że w efekcie końcowym nie można otrzymać więcej informacji niż to zostało określone w wielkościach występujących w modelowanym zagadnieniu. Co więcej, otrzymane wówczas symulacje komputerowe nie uwzględnią także interakcji wywołanych przez niezamodelowany parametr. Przestrzeń funkcyjna nie do końca więc będzie prawdziwa. Należy zatem pamiętać, że model „działa” w przestrzeni wirtualnej oraz, że nie analizuje rzeczywistości, która jest bardzo skomplikowana i wręcz niemożliwa do matematycznego zamodelowania. Analizuje on wyłącznie pewne założenia, które muszą być poddawane ciągłej weryfikacji. Konieczna jest ponadto dyskusja i analiza wyników obliczeń. Należy, co bardzo ważne, przeanalizować, jaki jest wpływ poszczególnych parametrów na ostateczną wartość uzyskanych wyników, oraz ocenić jak są one wrażliwe na zmianę wartości tych parametrów.

Gdy do modeli wprowadzi się funkcje, których jednym z argumentów jest także czas, to takie modele, mają również moc przewidywania, a uzyskane za ich pomocą rezultaty obliczeń pozwolą na racjonalnie postępowanie. Oczywiście, jak już wyżej zaznaczono, modele nie są w stanie w pełni oddać rzeczywistości, a tym bardziej przyszłości, której nikt nie zna. Pozwalają za to na obserwowanie złożonych zależności, których bez nich nie można byłoby dostrzec. Aby stworzyć poprawny model matematyczny potrzeba przenikliwego, popartego „szeroką” wiedzą ekonomiczną umysłu, również tą historyczną, a także, a może przede wszystkim, wiedzą psychologiczną. Analiza techniczna, chociaż bardzo ważna i potrzebna, pozwala jedynie na poszukiwanie możliwości doskonalenia procesów technologicznych i technicznych oraz na doskonalenie konstrukcyjnych rozwiązań maszyn i urządzeń. W ostateczności jednak to kryterium ekonomiczne, chęć zysku i jego maksymalizacji, decyduje o celowości i wyborze konkretnego rozwiązania technicznego i wpływa na podjęcie działań przez człowieka.

Aby zbudować poprawny model matematyczny zawierający w sobie opisane powyżej własności i właściwości, dający moc przewidywania przyszłości oraz pozwalający na obserwowanie złożonych zależności, jakie są i będą skutkiem gospodarczej działalności człowieka należy rozwiązać zadanie optymalizacyjne. Gdzie rozwiązaniem zadania optymalizacji jest dopiero takie rozwiązanie dopuszczalne, które zostało wybrane w oparciu o relację porządkującą. Relacja ta może wynikać z kosztów realizacji rozwiązania dopuszczalnego czy też innych wskaźników efektywności takiego rozwiązania. [7] Jest to jeden z podstawowych warunków otrzymania poprawnych rezultatów za pomocą matematycznie zamodelowanego zjawiska. Charakter zbioru rozwiązań dopuszczalnych i relacji porządkującej określają typ zadania optymalizacji. Jeśli zbiór ma przeliczalną lub skończoną liczbę elementów, to problem optymalizacji jest dyskretny. Problemy dyskretne są na ogół prostsze koncepcyjnie, choć nie muszą być prostsze obliczeniowo. W

przeciwnym przypadku mówimy o problemie ciągłym. Szczególnie pomocną w tej analizie jest teoria systemów (strategii) optymalnych, a w szczególności *zasada maksimum Pontriagina* i *zasada optymalności Bellmana*. Pierwsza z nich ma zastosowanie do procesów ciągłych natomiast druga do procesów dyskretnych.

Rozwiązania problemu optymalizacji stanowią zwykle podstawę dla decyzji podejmowanych przez człowieka. Oddziaływanie tych decyzji na określony proces inwestycyjny, ekonomiczny nazywane jest sterowaniem. Jeśli podjęte decyzje są optymalne sterowaniem nazywamy optymalnym. Problemy sterowania są zazwyczaj związane z optymalizacją dynamiczną. Typowe zadanie optymalizacji dynamicznej polega na poszukiwaniu takiego sposobu zmian decyzji w danym przedziale czasu, który zapewni ekstremum pewnego wskaźnika jakości, zależnego od przebiegu zmian tej decyzji w analizowanym całym przedziale.

Mając do rozwiązania zadanie optymalizacji dynamicznej lub sterowania optymalnego, należy postępować według naturalnej i wypróbowanej metodyki rozwiązania takich zadań. Po pierwsze, należy ustalić dostatecznie dokładny, a jednocześnie nie nadmiernie skomplikowany model matematyczny rozpatrywanego procesu ekonomicznego. Po drugie, należy sprawdzić, czy problem optymalizacji dynamicznej ma rozwiązanie dające się wyrazić w postaci analitycznej. Należy udowodnić, że rozpatrywany problem ma rozwiązanie, wyrażające się określoną funkcją czasu, oraz należy się zdecydować na wybór jednej z wielu matematycznych metod optymalizacji tego rozwiązania.

## 2. Zasada optymalności Bellmana

Badaniami matematycznych modeli zajmuje się analiza funkcjonalna, tj. dział analizy matematycznej zajmujący się badaniem własności przestrzeni funkcyjnych. Szczególnym działem analizy funkcjonalnej jest rachunek wariacyjny, który zajmuje się szukaniem ekstremów funkcjonałów, co w badaniach modeli matematycznych ma istotne znaczenie.

Szczególnym przypadkiem znajdowania ekstremów funkcjonałów jest *zagadnienie Lagrange'a*, tj. poszukiwanie ekstremów (maksimów i minimów) funkcjonałów całkowych:

$$J = \int_{t_0}^{t_F} F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t); t] dt = \text{ekstremum}, \quad (1)$$

gdzie:

$x_i(t)$  – zmienne zależne, tzw. zmienne stanu ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

zmienne stanu są współrzędnymi wektora stanu  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ ,

$t$  – zmienna niezależna (np. czas),  $t \in \langle t_0, t_F \rangle$ ,

przy czym:

$$\frac{dx_i}{dt} \equiv u_i(t). \quad (2)$$

Zagadnienie Lagrange'a jest z kolei szczególnym przypadkiem tzw. *zagadnienia optymalnego sterowania*, które polega na określeniu  $r$  zmiennych sterowań  $u_k = u_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, r$ ) ekstremalizujących funkcjonal całkowity (kryterium celu):

$$J = \int_{t_0}^{t_F} F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] dt = \text{ekstremum}, \quad (3)$$

przy czym pochodne funkcji  $x_i(t)$  spełniają w tym przypadku  $n$  równań różniczkowych rzędu pierwszego zwanymi równaniami stanu:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t], \quad (4)$$

Gdzie:  $u_k(t)$  stanowią współrzędne wektora sterowań

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)].$$

Równania różniczkowe (4) opisują zachodzące w czasie zmiany przedstawionego za pomocą funkcjonału (3) procesu. Optymalne strategie, tj. ekstremalizujące funkcjonal (3) funkcje sterowań  $u_k(t)$ , wyznaczają trajektorię optymalną  $x_i = x_i(t)$  w  $n$  wymiarowej przestrzeni stanów.

W praktyce istnieje obszerna klasa zadań technicznych i ekonomicznych, gdzie zamiast funkcjonału z czasem ciągłym (3) i których ewolucję opisują równania różniczkowe (4), mamy do czynienia z procesami, które same w swej istocie są dyskretne. Zaliczają się do nich przede wszystkim wielokrokowe zadania na podjęcie decyzji. Takim zadaniem jest proces ekonomiczny, który zawsze jest opisany równaniami różnicowymi. Krok dyskretyzacji zdeterminowany jest wówczas jego cyklem. W praktyce jest to zazwyczaj rok,  $\Delta t = 1$  rok. W tym przypadku przy poszukiwaniu ekstremum funkcjonału celu (kryterium celu) z liczbą uwzględnianych kroków procesu równą  $N$ :

$$J = \sum_{t=1}^N F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] = \text{ekstremum}, \quad (N = 1, 2, \dots) \quad (5)$$

z różnicowymi równaniami stanów:

$$x_i(t-1) = f_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

można posłużyć się *zasadą optymalności Bellmana* [7]. Zasada ta wyraża fakt, że każda część trajektorii optymalnej optymalizuje funkcjonal dla odpowiednich punktów początkowych i końcowych. Inaczej mówiąc, aby trajektoria była optymalna, to każda jej część (krok) musi być optymalna, niezależnie od punktu początkowego, z którego wychodzi. Oznacza to, że poszukiwanie optymalnego sterowania należy przeprowadzić dla każdego kroku  $t = 1, \dots, N$  z osobna, z odpowiadającym mu stanem początkowym (wartością ekstremalną) wynikającym z kroku poprzedniego, przy czym ekstrema w każdym kroku należy wyznaczać zgodnie z występującymi w nim więzami. Podejście Bellmana pozwala zatem na poszukiwanie ekstremum funkcjonału za pomocą poszukiwania ekstremów funkcji i prowadzi do wzoru rekurencyjnego wyrażającego  $N$

równań Bellmana, w którym literą S oznaczono funkcje ekstremalne dla kroków „t – 1” i „t”:

$$S[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); t] = F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] + \\ + S[x_1(t-1), x_2(t-1), \dots, x_n(t-1); t-1], \quad t = 1, \dots, N \quad (7)$$

przy czym dla uzyskania jednolitego zapisu wzoru (7) przyjęto, że  $S[x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0); 0] = 0$ . Funkcje S w (7) otrzymywane są z wykorzystaniem optymalnych sterowań  $u_k = u_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, r$ ) wyznaczonych za pomocą układu równań (10).

Wyznaczenie równania funkcyjnego (7) względem funkcji  $S[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); t]$  jest równoznaczne z krokowym konstruowaniem klasy optymalnych strategii dla wielu stanów początkowych. Zadanie to przy liczbie zmiennych zależnych  $x_i(t)$  nawet już powyżej dwóch jest bardzo obszerne. Obszerność ta powoduje, że przy rozwiązywaniu konkretnych zagadnień niejednokrotnie znajdują zastosowanie metody przybliżone. Również dla zagadnień mniej „obszernych”, nieporównanie szybciej można uzyskać rozwiązanie metodą przybliżoną, nawet w sytuacji, gdy żądana jest duża dokładność obliczeń. Skuteczną metodą jest zastąpienie wówczas metodyki Bellmana (5) oraz różnicowych równań stanu (6) funkcjonałem ciągłym (3) i równaniami różniczkowymi (4), i następnie rozwiązanie ich na przykład znaną z rachunku wariacyjnego przybliżoną metodą *Ritza* lub poprzez zastosowanie metody podstawienia *Riccatiego* [7].

Równania (6) i (7) przedstawiają rekurencję zwykłą (przednią). Gdy w poszukiwaniu optymalnej trajektorii „celuje” się w końcowy punkt N o wartościach  $x_i = x_i(N)$ , to równania (6) i (7) należy zastąpić rekurencją wsteczną:

$$x_i(t+1) = f_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] \quad (8)$$

$$S[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); t] = F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] + \\ + S[x_1(t+1), x_2(t+1), \dots, x_n(t+1); t+1], \quad t = N-1, \dots, 0 \quad (9)$$

Rekurencja wsteczna, która w swej istocie cechuje się wsteczną logiką wnioskowania, jest sposobem analizy przyszłości. Kreuje w sposób naukowy myślenie o niej. Rozpoczyna się od założenia pożądanej w końcowym roku N wartości i następnie krok po kroku cofa się wstecz, aż do obliczenia wartości, jaka powinna być w chwili obecnej, aby dzięki niej można było właśnie osiągnąć w roku N tę założoną pożądaną wartość. Cofanie to i obliczanie odbywa się ponadto po trajektorii optymalnej dla założonego kryterium celu, i przy różnych założonych scenariuszach sterowań, to jest np. zmianą w czasie cen nośników energii, jednostkowych stawek opłat za emisję zanieczyszczeń do otoczenia itp. Obliczona wartość aktualna pokazuje zatem, jakie należy już dzisiaj przyjąć technologie i

jej techniczne rozwiązania aby po trajektorii optymalnej osiągnąć w przyszłości właśnie zamierzony cel. Umożliwia więc analizę i wybór alternatywnych rozwiązań wraz ze wszystkimi przynależnymi do nich uwarunkowaniami, by w założonym horyzoncie czasowym  $N$  lat osiągnąć pożądaną wartość końcową. Pozwala zatem na szeroką analizę różnych scenariuszy inwestycyjnych i zastosowanych technologii przy różnych scenariuszach ewolucji cen nośników energii i uwarunkowaniach środowiskowych.

Jak już wyżej zaznaczono, znalezienie trajektorii optymalnej kryterium celu (5) sprowadza się do rozwiązania (dla każdego z kolejnych kroków  $t$ ) układu  $r$  równań funkcyjnych w celu wyznaczenia  $r$  sterowań  $u_k = u_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, r$ ) ekstremalizujących w danym kroku  $t$  funkcjonal (5). Układ ten przedstawia się następująco:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \{F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] + S[x_1(t \mp 1), x_2(t \mp 1), \dots, x_n(t \mp 1); t \mp 1]\}}{\partial u_1} = 0 \\ \frac{\partial \{F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] + S[x_1(t \mp 1), x_2(t \mp 1), \dots, x_n(t \mp 1); t \mp 1]\}}{\partial u_2} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial \{F[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t] + S[x_1(t \mp 1), x_2(t \mp 1), \dots, x_n(t \mp 1); t \mp 1]\}}{\partial u_r} = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

w którym funkcja ekstremalna  $S$  została wyznaczona w kroku poprzednim  $t \mp 1$  (w przypadku rekurencji przedniej w kroku  $t - 1$ , w przypadku rekurencji wstecznej w kroku  $t + 1$ ). W układzie (10) przed wykonaniem operacji wyznaczenia pochodnych cząstkowych  $\partial(F + S)/\partial u_k$  za zmienne  $x_i(t \mp 1)$  w funkcji  $S$  należy podstawić w przypadku rekurencji przedniej równania różnicowe (6), w przypadku rekurencji wstecznej równania (8).

Rozpatrując zagadnienia związane ze sterowaniem optymalnym należy rozważyć/rozpatrzyć różne wersje zasady maksimum Pontriagina wraz z twierdzeniami o warunkach dostatecznych dla sterowań spełniających zasadę maksimum.

### 3. Funkcjonal celu przy poszukiwaniu optymalnej strategii inwestycyjnej

W poszukiwaniu optymalnej strategii inwestycyjnej, jako kryterium celu (kryterium optymalności) należy przyjąć zaktualizowaną wartość netto NPV, która zdefiniowana jest wzorem [1]:

$$NPV = \sum_{t=1}^N \frac{S_{R,t} - K_{e,t} - F_t - R_t - (S_{R,t} - K_{e,t} - F_t - \frac{J_0}{N})p}{(1+r)^t} \rightarrow \max \quad (11)$$

a w zapisie ciągłym zależnością:

$$NPV = \int_{t_0}^{t_F} [S_R - K_e - F - R - (S_R - K_e - F - \frac{J_0}{N})p] e^{-rt} dt \rightarrow \max \quad (11a)$$

gdzie:

$F$  – zmienne w czasie odsetki (koszty finansowe) od środków inwestycyjnych  $J_0$ ; odsetki  $F$  są nieznaną funkcją zmiennych w czasie rat  $R$ ,  $F = F(R)$ ,

$J_0$  – nakłady inwestycyjne; zależą od zastosowanej technologii energetycznej,

$K_e$  – zmienne w czasie roczne koszty eksploatacji [1],

$N$  – wyrażony w latach kalkulacyjny okres eksploatacji przedsięwzięcia inwestycyjnego,

$p$  – zmienna w czasie stopa podatku dochodowego,

$R$  – zmienna w czasie rata spłaty kredytu,

$r$  – zmienna w czasie stopa dyskonta,

$S_R$  – zmienny w czasie roczny przychód,

Przy czym na sumę rat kredytowych  $R$  jest nałożone ograniczenie. Musi być ona równa nakładom inwestycyjnym  $J_0$ . Warunek więzów wyraża się zatem wzorem:

$$\sum_{t=1}^N R_t = J_0. \quad (12)$$

lub w zapisie ciągłym

$$\int_{t_0}^{t_F} R dt = J_0 \quad (12a)$$

Nakłady inwestycyjne  $J_0$  zależą od zastosowanej technologii energetycznej i wartości założonej mocy elektrycznej  $N_{el}$  elektrowni. Są one zatem różne dla różnych technologii przy tych samych wartościach mocy. Wybór inwestycyjnej strategii powinien być dokonany dla wartości  $NPV \rightarrow \max$  dla założonej mocy elektrycznej  $N_{el}$  elektrowni.

Wielkościami podlegającymi optymalizacji (zmiennymi decyzyjnymi) są zatem:

- dostępne technologie,
- techniczne rozwiązania takie jak: zastosowane urządzenia, ich parametry konstrukcyjne, znamionowe wydajności, struktura ich połączeń, parametry eksploatacyjne procesu itp.

Wartość założonej wartości mocy elektrycznej  $N_{el}$  elektrowni w obliczeniach optymalizacyjnych za pomocą zasady optymalności Bellmana nie ulega zmianie. Proces inwestycyjny budowy elektrowni jest procesem wieloletnim, składającym się z wielu zadań takich jak: proces uzyskanie pozwolenia na budowę, proces pozyskanie źródła finansowania inwestycji, proces projektowania i w końcu z proces budowy. Stąd, moc  $N_{el}$  należy przyjąć jako wartość stałą w całym okresie obliczeniowym inwestycji, tj. we wszystkich latach (krokach)  $t = 1, 2, \dots, N$ . Zmianie w czasie ulegają jedynie sterowania oraz zależne od nich wartości zmiennych stanu, tj. przychody i roczne koszty działania elektrowni (koszty eksploatacji plus koszty kapitałowe), które zależą bezpośrednio od zastosowanej technologii i założonej mocy  $N_{el}$ .

Poniżej przedstawiono równania stanu za pomocą zapisu ciągłego dla procesu opisanego funkcjałem (11):

a) równanie stanu kosztów finansowych

$$\frac{dF}{dt} = -rR \quad (13)$$

Gdzie: R jest sterowaniem;

W zapisie różnicowym powyższe równanie stanu dla rekurencji wstecznej wyraża się zależnością:

$$F_{t+1} = F_t - rR_t, \quad (\Delta t = 1 \text{ rok}) \quad (13a)$$

b) ewolucja przychodu  $S_R = E_{el,R} e_{el}$  osiąganego ze sprzedaży energii elektrycznej

$$\frac{dS_R}{dt} = \frac{\partial S_R}{\partial e_{el}} \frac{de_{el}}{dt} = E_{el,R} a_{el} e_{el}^{t=0} e^{a_{el}t} \quad (14)$$

przy czym zmianę w czasie jednostkowej ceny energii (na jednostkę energii) energii elektrycznej  $e_{el}$  opisano równaniem:

$$e_{el} = e_{el}^{t=0} e^{a_{el}t} \quad (15)$$

c) ewolucja kosztu paliwa  $K_{pal} = E_{ch,R} e_{pal}$

$$\frac{dK_{pal}}{dt} = \frac{\partial K_{pal}}{\partial e_{pal}} \frac{de_{pal}}{dt} = E_{ch,R} a_{pal} e_{pal}^{t=0} e^{a_{pal}t} \quad (16)$$

przy czym zmianę w czasie jednostkowej ceny paliwa  $e_{pal}$  (na jednostkę energii) opisano równaniem:

$$e_{pal} = e_{pal}^{t=0} e^{a_{pal}t} \quad (17)$$

d) ewolucja kosztu za korzystanie ze środowiska naturalnego  $K_{sr}$

gdzie:  $K_{sr} = E_{ch,R} (\rho_{CO_2} p_{CO_2} + \rho_{CO} p_{CO} + \rho_{NO_x} p_{NO_x} + \rho_{SO_2} p_{SO_2} + \rho_{pył} p_{pył})$



$$\begin{aligned} \frac{dK_{\text{sr}}}{dt} &= \frac{\partial K_{\text{sr}}}{\partial p_{\text{CO}_2}} \frac{dp_{\text{CO}_2}}{dt} + \frac{\partial K_{\text{sr}}}{\partial p_{\text{CO}}} \frac{dp_{\text{CO}}}{dt} + \frac{\partial K_{\text{sr}}}{\partial p_{\text{NO}_x}} \frac{dp_{\text{NO}_x}}{dt} + \frac{\partial K_{\text{sr}}}{\partial p_{\text{SO}_2}} \frac{dp_{\text{SO}_2}}{dt} + \frac{\partial K_{\text{sr}}}{\partial p_{\text{pył}}} \frac{dp_{\text{pył}}}{dt} = \\ &= E_{\text{ch,R}} (\rho_{\text{CO}_2} a_{\text{CO}_2} p_{\text{CO}_2}^{t=0} e^{a_{\text{CO}_2} t} + \rho_{\text{CO}} a_{\text{CO}} p_{\text{CO}}^{t=0} e^{a_{\text{CO}} t} + \\ &+ \rho_{\text{NO}_x} a_{\text{NO}_x} p_{\text{NO}_x}^{t=0} e^{a_{\text{NO}_x} t} + \rho_{\text{SO}_2} a_{\text{SO}_2} p_{\text{SO}_2}^{t=0} e^{a_{\text{SO}_2} t} + \rho_{\text{pył}} a_{\text{pył}} p_{\text{pył}}^{t=0} e^{a_{\text{pył}} t}) \end{aligned} \quad (18)$$

przy czym zmiany w czasie jednostkowych stawek za emisje CO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>x</sub>, SO<sub>2</sub> i pyłu (na jednostkę masy) opisano równaniami:

$$p_{\text{CO}_2} = p_{\text{CO}_2}^{t=0} e^{a_{\text{CO}_2} t} \quad (19)$$

$$p_{\text{CO}} = p_{\text{CO}}^{t=0} e^{a_{\text{CO}} t} \quad (20)$$

$$p_{\text{NO}_x} = p_{\text{NO}_x}^{t=0} e^{a_{\text{NO}_x} t} \quad (21)$$

$$p_{\text{SO}_2} = p_{\text{SO}_2}^{t=0} e^{a_{\text{SO}_2} t} \quad (22)$$

$$p_{\text{pył}} = p_{\text{pył}}^{t=0} e^{a_{\text{pył}} t} \quad (23)$$

e) ewolucja kosztu zakupu dodatkowych pozwoleń na emisję dwutlenku węgla K<sub>CO2</sub>

gdzie:  $K_{\text{CO}_2} = E_{\text{ch,R}} (1 - u) \rho_{\text{CO}_2} e_{\text{CO}_2}$

$$\frac{dK_{\text{CO}_2}}{dt} = \frac{\partial K_{\text{CO}_2}}{\partial e_{\text{CO}_2}} \frac{de_{\text{CO}_2}}{dt} = E_{\text{ch,R}} (1 - u) \rho_{\text{CO}_2} b_{\text{CO}_2} e_{\text{CO}_2}^{t=0} e^{b_{\text{CO}_2} t} \quad (24)$$

przy czym zmianę w czasie jednostkowej ceny e<sub>CO2</sub> (na jednostkę masy) zakupu dodatkowych pozwoleń na emisję CO<sub>2</sub> opisano równaniem

$$e_{\text{CO}_2} = e_{\text{CO}_2}^{t=0} e^{b_{\text{CO}_2} t} \quad (25)$$

gdzie:

a<sub>el</sub>, a<sub>pal</sub>, a<sub>CO<sub>2</sub></sub>, a<sub>CO</sub>, a<sub>SO<sub>2</sub></sub>, a<sub>NO<sub>x</sub></sub>, a<sub>pył</sub>, b<sub>CO<sub>2</sub></sub> – sterowania,

E<sub>el,R</sub> – roczna produkcja netto energii elektrycznej,

E<sub>ch,R</sub> – roczne zużycie energii chemicznej paliwa,

u – udział energii chemicznej paliwa w całkowitym jej rocznym zużyciu, dla którego nie jest wymagany zakup pozwoleń na emisję CO<sub>2</sub>, ρ<sub>CO<sub>2</sub></sub>, ρ<sub>CO</sub>, ρ<sub>NO<sub>x</sub></sub>, ρ<sub>SO<sub>2</sub></sub>, ρ<sub>pył</sub> – emisje CO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>x</sub>, SO<sub>2</sub>, pyłu na jednostkę energii chemicznej paliwa.

Poszukując maksimum funkcjonału celu (11) można także analizować wpływ sprawności urządzeń stosowanych w poszczególnych technologiach na jego wartość. W tym celu w równaniach stanu w wielkościach  $E_{el,R}$  i  $E_{ch,R}$  należy wykorzystać bilanse energii sporządzone dla rozważanej technologii [2-6].

W celu poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej należy opracować model matematyczny uwzględniający zarówno aspekty techniczne jak i ekonomiczne. Jako kryterium celu należy przyjąć zaktualizowaną wartość netto NPV osiągającą wartość większą od zera. Zaktualizowana wartość netto NPV jest łącznym przewidywanym zyskiem netto, jaki osiągnie inwestor dzięki zainwestowaniu kapitału w całym okresie eksploatacji przedsięwzięcia inwestycyjnego. Wielkościami podlegającymi optymalizacji są: dostępne technologie, techniczne rozwiązania, a więc zastosowane urządzenia i ich parametry konstrukcyjne, ich znamionowa wydajność, struktura ich połączeń, parametry eksploatacyjne procesu itd. Zastosowana technologia i techniczne rozwiązania decydują o nakładach inwestycyjnych, o przychodach i kosztach eksploatacji. Dzięki opracowanej metodzie modelowania można stwierdzić m.in. w jakich warunkach osiągnie się wymaganą efektywność energetyczną przy współdziałaniu źródeł odnawialnych oraz jaki osiągnie się poziom obniżenia emisji CO<sub>2</sub> i innych gazów cieplarnianych.

#### 4. Podsumowanie

Zastosowana technologia energetyczna i zastosowane w niej techniczne rozwiązania decydują o wysokości nakładów inwestycyjnych  $J_0$  na budowę źródła energii, zarówno w przypadku źródła energii elektrycznej jak i w przypadku równoczesnej produkcji energii elektrycznej i ciepła). Wybór odpowiedniej technologii decyduje więc o wartościach kosztów finansowych  $F$  i rat kredytowych  $R$  w rocznych kosztach jej działania w kolejnych latach  $t = 1, 2, \dots, N$ ; a wraz z cenami nośników energii i taryfowymi jednostkowymi stawkami za emisje zanieczyszczeń do środowiska naturalnego decyduje o rocznych przychodach  $S_R$  i rocznych kosztach eksploatacji  $K_e$ . Decyduje zatem o wartości  $NPV$ . Optymalną strategią inwestycyjną przy wyborze technologii będzie zatem ta, dla której obliczona wartość  $NPV$  z wykorzystaniem zasady optymalności Bellmana osiągnie największą wartość dla założonej wartości mocy  $N_{el}$  elektrowni.

Należy jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że wszelkie decyzje inwestycyjne są decyzjami długookresowymi, a więc nierozzerwalnie związanymi z ryzykiem ich niepowodzenia. Wpływ czasu i związane z tym ryzyko jest bardzo trudne, a nawet, jak już wyżej zaznaczono, wręcz niemożliwe do przewidzenia, szczególnie w niestabilnych warunkach gospodarczych i politycznych. Ta niemożność nie zwalnia jednak inwestora od poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej. Jej poszukiwanie pozwala bowiem, co ważne, na analizę opisu przyszłości. Pozwala na myślenie o niej w sposób naukowy poprzez analizę warunków, takich jak na przykład relacji cenowych pomiędzy nośnikami energii czy kosztów za gospodarce korzystanie ze środowiska, przy których założona strategia powinna ulec zmianie. Wyniki poszukiwania maksimum funkcjonału opisanego równaniem (11) powinny więc pokazywać, jak wspomniane relacje cenowe i taryfowe opłaty środowiskowe wpływają na optymalną strategię inwestycyjną, a tym samym na dobór optymalnej technologii energetycznej.

Sposobem na minimalizowanie ryzyka powinna być dywersyfikacja technologii, która także nie wyklucza konieczności analizy opisu przyszłości. Wręcz przeciwnie, dzięki niej będzie można w racjonalny sposób zdywersyfikować stosowane technologie wybierając spośród najbardziej efektywnych ekonomicznie. Zwiększy się przy tym jednocześnie, co bardzo istotne, bezpieczeństwo dostaw energii elektrycznej.

## Literatura

1. Bartnik R.: Rachunek efektywności techniczno-ekonomicznej w energetyce zawodowej, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2008.
2. Bartnik R.: Elektrownie i elektrociepłownie gazowo-parowe. Efektywność energetyczna i ekonomiczna, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009 (dodruk 2012).
3. Bartnik R., Buryn Z.: Conversion of Coal-Fired Power Plants to Cogeneration and Combined-Cycle. Thermal and Economic Effectiveness, Wydawnictwo Springer-Verlag London 2011.
4. Bartnik R., Buryn Z., Duczkowska-Kądziel A.: Modernizować istniejące, czy budować nowe źródła energii elektrycznej? Energetyka, listopad 2012.
5. Bartnik R.: The Modernization Potential of Gas Turbines in the Coal-Fired Power Industry. Thermal and Economic Effectiveness, Wydawnictwo Springer-Verlag London 2013.
6. Chmielniak T.: Technologie energetyczne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
7. Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1980.
8. Sowiński J.: Inwestowanie w źródła wytwarzania energii elektrycznej w warunkach rynkowych. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2008.

Dr Anna Duczkowska-Kądziel  
Instytut Innowacyjnych Procesów i Produktów  
Katedra Innowacyjnych Procesów Technologicznych  
Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki  
Politechnika Opolska  
Ul. Ozimska 75  
45-370 Opole  
e-mail: a.duczowska-kadziel@po.opole.pl