

METODA MONTE CARLO DLA PROBLEMU HARMONOGRAMOWANIA PROJEKTU Z MAKSYMALIZACJĄ PRZEPIYWÓW PIENIĘŻNYCH W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI ¹

Marcin KLIMEK, Piotr ŁEBKOWSKI

Streszczenie: W artykule przedstawione jest zagadnienie optymalizacji przepływów gotówkowych dla problemu harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami ze stochastycznymi czasami trwania zadań. Stosowany jest model optymalizacyjny z etapowym rozliczaniem przedsięwzięcia, dla którego rozpatrywane jest podejście proaktywne, w którym szukane jest rozwiązanie odporne, odpowiednie dla przyjętych, znanych rozkładów czasów realizacji zadań. W celu wyjaśnienia proponowanego podejścia i modelu zaprezentowany jest przykład ilustracyjny.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie projektu z ograniczonymi zasobami, optymalizacja przepływów pieniężnych, odporne, proaktywne harmonogramowanie, metoda Monte Carlo

1. Wprowadzenie

Wiele przedsiębiorstw w ramach swojej działalności realizuje projekty (przedsięwzięcia), które mają na celu wykonanie niepowtarzalnego wyrobu lub usługi. Jako projekty wykonywane są m.in. zlecenia w sektorze prac publicznych, budowlanym, w przemyśle lotniczym, stoczniowym, w IT itp. Przy planowaniu prac projektowych przydatne są metody harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami RCPS (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*). Przy rozwiązywaniu problemu RCPS coraz częściej uwzględniane są praktyczne aspekty realizacji przedsięwzięć. Analizowane jest m. in. harmonogramowanie zadań w warunkach niepewności, której źródłem są m. in. trudności z oszacowaniem unikalnych, niepowtarzalnych zadań, nieprzewidywalne zdarzenia (np. awarie maszyn, niekorzystne warunki atmosferyczne) itp. Zakłócenia występujące podczas wykonywania rzeczywistych przedsięwzięć, sprawiają, że harmonogramy uzyskane za pomocą tradycyjnych metod planowania projektu z ograniczonymi zasobami znacznie odbiegają od faktycznie zrealizowanych uszeregowień. Brak uwzględniania niepewności przy harmonogramowaniu prowadzi m. in. do obniżenia skumulowanych przepływów pieniężnych związanych z przedsięwzięciem.

Przy rozwiązywaniu problemu RCPS w warunkach niepewności stosowane są różne podejścia. Jednym ze skutecznych podejść jest harmonogramowanie proaktywne (ang. *proactive scheduling*), w którym szukany jest harmonogram odporny (ang. *robust schedule*) charakteryzujący się możliwie najmniejszą podatnością na zakłócenia pojawiające się w trakcie jego realizacji. Analiza podatności na zakłócenia sprowadza się m.in. do badania wpływu na dane uszeregowanie wahań czasów realizacji czynności. Rozpatrywane są problemy, w których występują m.in. rozmyte lub stochastyczne czasy trwania zadań. W tej

¹ Praca finansowana przez Narodowe Centrum Nauki (nr projektu: N N519 645940)

pracy zakłada się, że podczas harmonogramowania proaktywnego szukane jest rozwiązanie, które maksymalizuje funkcję celu przy uwzględnieniu różnych scenariuszy czasów trwania zadań, generowanych metodą Monte Carlo.

Jako funkcje celu dla RCPSP najczęściej stosowane są minimalizacja czasu trwania projektu (czasowe kryterium optymalizacji) oraz maksymalizacja sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych (ekonomiczne kryterium optymalizacji). W działalności przedsiębiorstw szczególnie istotne są modele uwzględniające ekonomiczne aspekty przedsięwzięć. W związku z tym powstaje wiele prac z zakresu optymalizacji przepływów pieniężnych (przegląd można znaleźć w pracach [1-2]). W tej pracy optymalizowane są przepływy pieniężne (wydatki związane z wykonywaniem zadań, wpływy za wykonanie umownych etapów) związane z przedsięwzięciem z punktu widzenia wykonawcy, dla projektu realizowanego w warunkach niepewności, przy zdefiniowanych kosztach niestabilnego wykonywania harmonogramu.

Celem pracy jest przedstawienie podejścia proaktywnego dla problemu RCPSP z maksymalizacją przepływów pieniężnych przy założeniu stochastycznych czasów trwania zadań. Na początku sformułowany jest analizowany problem. Następnie opisany jest sposób jego rozwiązania. Na końcu przedstawiony jest przykład ilustrujący zagadnienie.

2. Sformułowanie problemu

Rozważany jest problem (*single-mode, nonpreemptive RCPSP*), w którym szukane są terminy rozpoczęcia czynności (niepodzielnych, z jednym sposobem ich realizacji) realizowanych z wykorzystaniem ograniczonych, odnawialnych zasobów (pracowników, maszyn). Proponowaną przez autorów i analizowaną we wcześniejszych pracach autorów [3-4], funkcją celu jest maksymalizacja sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych z punktu widzenia realizującego projekt (patrz: wzór 1) przy uwzględnieniu ograniczeń zasobowych (patrz: wzór 2) i kolejnościowych (patrz: wzór 3) oraz zdefiniowanych umownych etapów projektu (patrz: wzory 4-5).

Maksymalizacja F :

$$F = \sum_{i=1}^N \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^M \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{MT_m}} \quad (1)$$

Przy następujących ograniczeniach:

$$\sum_{i \in J(t)} R_{ik} \leq A_k, \quad \forall t = 1, \dots, ST_{N+1}, \forall k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$ST_i + D_i \leq ST_j \quad \forall (i, j) \in E \quad (3)$$

Przy uwzględnieniu umownych etapów projektu ($m=1, \dots, M$):

$$CFM_m = PM_m - CM_m \cdot \max(MT_m - MD_m, 0) \quad (4)$$

$$MT_m = \max_{i \in MA_m} (FT_i) \quad (5)$$

gdzie:

N – liczba zadań projektowych,

M – liczba umownych etapów projektu,

CFA_i – koszty (płatności) wykonawcy związane z realizacją zadania i (wydatki z punktu widzenia wykonawcy),
 CFM_m – płatności klienta na rzecz wykonawcy za wykonanie m -tego etapu projektu (wpływy z punktu widzenia wykonawcy),
 α – stopa dyskontowa,
 ST_i – planowany (w aktualnym harmonogramie) czas rozpoczęcia zadania i ,
 MT_m – planowany (w aktualnym harmonogramie) termin realizacji m -tego etapu projektu,
 $J(t)$ – zbiór zadań wykonywanych w okresie $[t-1, t]$,
 K – liczba typów zasobów,
 R_{ik} – zapotrzebowanie zadania i na zasób typu k ,
 A_k – dostępność zasobów typu k ,
 FT_i – planowany (w aktualnym harmonogramie) czas zakończenia zadania i ,
 D_i – planowany czas trwania czynności i ,
 MD_m – umowny termin realizacji m -tego etapu projektu,
 MA_m – zbiór zadań realizowanych w m -tym etapie o umownym terminie ich zakończenia MD_m ,
 PM_m – płatność klienta na rzecz wykonawcy za realizację m -tego etapu projektu,
 CM_m – jednostkowy koszt opóźnień, związany z nieterminową realizacją m -tego etapu projektu.

Przy definiowaniu problemu przyjęto następujące założenia:

- kamienie milowe to grupy czynności, które należy zakończyć w danym etapie rozliczeniowym przedsięwzięcia, mają określony umowny termin ich ukończenia, którego przekroczenie przez wykonawcę powoduje zmniejszenie transferów pieniężnych klienta za realizację danego etapu (stosowane są kary umowne),
- płatności klienta (wpływy dla wykonawcy) występują po zrealizowaniu etapów projektu (kamieni milowych), dokładnie w rzeczywistym terminie ich ukończenia (nie jest rozważany problem opóźnień w płatnościach klienta – założono, że są one wykonywane terminowo lub nieterminowość jest rekompensowana odpowiednimi umownymi odsetkami),
- wszystkie wydatki realizującego można powiązać z wykonywanymi czynnościami, w celu rozpoczęcia zadania konieczne jest uruchomienie środków finansowych na zakup, transport materiałów, wykorzystanie zasobów itp. niezbędnych do realizacji zadania, dla uproszczenia przyjęto, że wydatki te są ponoszone w momencie, w którym planowane jest rozpoczęcie czynności w harmonogramie bazowym.

W proponowanym modelu optymalizacyjnym stosowane jest etapowe rozliczanie realizowanych prac między klientem a zleceniobiorcą, które może być przydatne w rzeczywistych przedsięwzięciach. Określone są płatności klienta na rzecz wykonawcy za wykonanie określonych grup zadań (kamieni milowych). Dla wykonawcy są to środki pieniężne, które może przeznaczyć np. na realizację kolejnych zadań. Z kolei klienta interesy są zabezpieczone przez możliwość etapowej kontroli realizacji projektu oraz wprowadzenie kar umownych za opóźnienia w pracach. Etapowy system rozliczeń określa przepływy gotówkowe CFM_m (patrz: wzór 4), czyli umowne płatności klienta PM_m za m -ty etap przedsięwzięcia pomniejszone o koszt ewentualnych opóźnień w pracach (koszt opóźnień wynika z przyjętych kar umownych wyliczanych przy ustalonym koszcie jednostkowym nieterminowości CM_m), wykonywane w momencie jego ukończenia RMT_m ,

czyli po zakończeniu wszystkich czynności ze zbioru MA_m .

W modelu optymalizacyjnym określonym wzorami 1-5 stosowane jest podejście deterministyczne. W tej pracy rozważane jest podejście, w którym występują niepewne, zmienne czasy trwania zadań. Dodatkowo uwzględnione jest założenie, że nieterminowe rozpoczęcie zadania (opóźnione w porównaniu do bazowego harmonogramu) może powodować dodatkowe obciążenia finansowe (koszty niestabilności) dla wykonawcy związane np. z koniecznością magazynowania materiałów. Funkcja celu proponowana przy niepewnych czasach trwania zadań i przy określonych kosztach niestabilnej realizacji harmonogramu określona jest następująco (dla uproszczenia założono, że rzeczywista stopa dyskontowa nie różni się od przyjętej podczas planowania i wynosi α):

Maksymalizacja RF :

$$RF = \sum_{i=1}^N \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^M \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^N \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}} \quad (6)$$

Przy następujących ograniczeniach:

$$\sum_{i \in J(t)} R_{ik} \leq A_k, \quad \forall t = 1, \dots, RST_{N+1}, \forall k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$RST_i + RD_i \leq RST_j \quad \forall (i, j) \in E \quad (8)$$

Przy uwzględnieniu umownych etapów projektu ($m=1, \dots, M$):

$$CFM_m = PM_m - CM_m \cdot \max(RMT_m - MD_m, 0) \quad (9)$$

$$RMT_m = \max_{i \in MA_m} (RFT_i) \quad (10)$$

Przy uwzględnieniu kosztów niestabilności ($i=1, \dots, N$):

$$CFS_i = -CL_i \cdot \max(RST_i - ST_i, 0) \quad (11)$$

gdzie:

RST_i – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) czas rozpoczęcia zadania i ,

RFT_i – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) czas zakończenia zadania i ,

RD_i – rzeczywisty (lub wygenerowany metodą Monte Carlo) czas trwania czynności i ,

RMT_m – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) termin realizacji m -tego etapu projektu,

CL_i – koszt związany z jednostkowym opóźnieniem rozpoczęciem zadania i , związany z dodatkowymi kosztami organizacyjnymi, z kosztami magazynowania materiałów itp.; założono, że koszt ten jest ponoszony w momencie rzeczywistego czasu rozpoczęcia czynności.

W fazie planowania, podczas harmonogramowania nie są znane rzeczywiste czasy rozpoczęcia i zakończenia zadań i etapów projektu. Możliwe jest jedynie ich

przewidywanie lub ustalanie na podstawie rozkładów statystycznych (jeśli są takie znane) w drodze symulacji. Dla zagadnienia harmonogramowania projektu w warunkach niepewności, optymalizowane są oczekiwane wartości funkcji celu RF dla rozpatrywanych scenariuszy przebiegu realizacji projektu (w naszym przypadku dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo).

Planowanie harmonogramu przebiega etapowo. W pierwszym etapie tworzony jest harmonogram, bez przesunięć prawostronnych czynności, przy założeniu funkcji celu F (patrz: wzór 1) wykorzystywanej dla problemu deterministycznego (bez uwzględniania niepewności). W drugim etapie szukane jest rozwiązanie z przesunięciami prawostronnymi czynności dla eksperymentalnie wyznaczonej funkcji celu RF (patrz: wzór 6) zależnej od parametrów symulacyjnych – czasów trwania zadań przy założeniu, że znane są ich rozkłady statystyczne.

3. Harmonogramowanie projektu w warunkach niepewności

Realizacja praktycznych przedsięwzięć odbywa się przy zmieniających się wymaganiach klientów, przy nieprzewidywalnych zdarzeniach, zakłóceniach tj. awarie maszyn, przy trudnych do oszacowania czasach trwania czynności itp. W związku z praktycznym zapotrzebowaniem rośnie liczba badań z harmonogramowania projektu w warunkach niepewności. Ich przegląd można znaleźć w pracach [5-7].

W harmonogramowaniu projektów najczęściej analizowane jest zagadnienie niepewności związanej z czasami trwania zadań [5-10]. Wynika to z faktu, że wiele innych zakłóceń (np. niekorzystne warunki atmosferyczne, niedostępność zasobów, awarie, opóźnienia w dostawach materiałów itp.) wpływa na zmienność w czasach trwania. W pracach badawczych podejmowane są próby antycypacji możliwych zmian w czasach realizacji zadań, które mogą być spowodowane przez niekontrolowane czynniki, bez analizy źródła zmian tych czasów. Przy określaniu niepewnych czasów trwania czynności projektowych najczęściej stosowane są podejścia: rozmyte (ang. *fuzzy scheduling*) oraz stochastyczne (ang. *stochastic scheduling*).

W rzeczywistych przedsięwzięciach, w których uwzględnianie niepewnych parametrów jest bardzo istotne, zabezpieczenie uszeregowania skupia się na „ochronie” terminowości wykonania całego projektu. W wielu projektach stosowana jest metoda łańcucha krytycznego CCPM (ang. *Critical Chain Project Management*) [11], w której zamiast buforów czasowych, zasobowych dla poszczególnych czynności (w CCPM terminowość rozpoczynania poszczególnych czynności nie jest ważna, chronione są zadania z łańcucha krytycznego), tworzone są „wspólne bufory”, w kluczowych miejscach przedsięwzięcia, których dodanie ma na celu skrócenie wykonania całego projektu.

Korzystanie z metody łańcucha krytycznego CCPM nie jest wskazane przy przedsięwzięciach, w których poza dotrzymaniem terminu realizacji całego projektu ważna jest stabilna realizacja harmonogramu. Przy stabilnym wykonywaniu planowanego uszeregowania łatwiejsza jest organizacja prac projektowych tj. koordynowanie wewnętrznych zasobów przedsiębiorstwa (przebrojenia maszyn, przygotowanie pracowników, transfery zasobów między projektami), realizacja dostaw (materiałów, podzespołów itp.) „dokładnie na czas” (ang. *JIT Just-In-Time*).

W celu zmniejszenia negatywnego wpływu zakłóceń na stabilność realizacji projektu stosowane jest harmonogramowanie proaktywne, zwane też odpornym, w którym planuje się harmonogram cechujący się jak najmniejszą podatnością na zakłócenia, aby zmniejszyć niekorzystne skutki wahań czasów trwania zadań.

Planowanie prac projektowych w warunkach niepewności odbywa się w dwóch lub więcej etapach. Na początku tworzony jest harmonogram nominalny, w którym uwzględnione są kryteria optymalizacyjne przy założeniu deterministycznych parametrów (w tym przypadku czasów trwania zadań). Następnie harmonogram nominalny przekształcany jest w harmonogram proaktywny (odporny), uwzględniający niepewność parametrów (zmiennosc czasów trwania zadań). Uszeregowanie odporne tworzy się przy wykorzystaniu różnych technik [6] tj.:

- techniki redundancji (ang. *redundancy-based techniques*) – wstawianie buforów czasowych i/lub zasobowych w miejscach uszeregowania najbardziej narażonych na zakłócenia,
- harmonogramowanie warunkowe, wariantowe (ang. *contingent scheduling*) – tworzenie różnych wariantów harmonogramu, które są realizowane w przypadku pojawienia się konkretnych zakłóceń,
- tworzenie częściowo uporządkowanych, elastycznych harmonogramów zadań [12] (ang. *POS – Partial Order Schedules*),
- tworzenie uszeregowania na podstawie analizy ich wrażliwości (ang. *sensitivity analysis*) – badanie wpływu zmian niepewnych parametrów na jakość planowanego harmonogramu w celu ustalania uszeregowania najmniej wrażliwych na zakłócenia występujące przy ich realizacji.

Zastosowanie technik proaktywnych wpływa na zwiększenie stabilności realizowanego harmonogramu, nie pogarszając znacząco jego jakości mierzonej np. czasem realizacji całego przedsięwzięcia [5]. Najczęściej stosowane są techniki redundancji, stosowane także w tej pracy. Bufory czasowe i/lub zasobowe w celu uodpornienia uszeregowania dodawane są m. in. w metodzie łańcuchów krytycznych CCPM.

W pracach badawczych z proaktywnym podejściem rozważane jest zagadnienie zabezpieczenia terminowości wykonania całego przedsięwzięcia lub jego etapów [7] oraz problem minimalizacji ważonego kosztu niestabilności realizacji czynności [8-10]. W tej pracy analizowany jest nowy problem, w którym szukane jest rozwiązanie odporne przy uwzględnieniu niepewnych czasów trwania zadań dla zagadnienia optymalizacji przepływów pieniężnych dla projektu rozliczanego etapowo, ze zdefiniowanymi kosztami niestabilności rozpoczęcia poszczególnych zadań.

4. Metody rozwiązania problemu

Dla problemu harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami rozwiązaniem (reprezentacją bezpośrednią) jest z reguły wektor czasów rozpoczęcia czynności. Algorytmy rozwiązujące problem RCSPS wykorzystują kodowania rozwiązań w postaci listy czynności, priorytetów lub wektora opóźnień, dla których znane są skuteczne techniki przeszukiwania otoczenia [13]. W tej pracy wykorzystana jest najefektywniejsza dla RCSPS reprezentacja listy czynności (permutacyjna), w której rozwiązania to ciągi numerów kolejnych czynności uwzględniające relacje kolejnościowe. Listy czynności zamieniane są w reprezentację bezpośrednią (wektor czasów rozpoczęcia czynności) przy użyciu procedur dekodujących tzw. schematów generowania harmonogramu SGS (ang. *Schedule Generation Scheme*) tj. równoległy i szeregowy SGS [14]. W wykorzystanym w tej pracy szeregowym SGS w kolejnych krokach rozpoczynane jest pierwsze nieuszeregowane zadanie z listy czynności w najwcześniejszym możliwym terminie, przy

uwzględnieniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych. Harmonogram znaleziony przy wykorzystaniu szeregowego SGS spełnia ograniczenia zasobowe i kolejnościowe, nie uwzględnia jednak etapów projektu i specyfiki zagadnienia optymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych, w którym korzystne jest planowanie jak najwcześniej czynności z określonymi dodatnimi przepływami pieniężnymi a jak najpóźniej czynności, z którymi związane są wydatki. Dla deterministycznego problemu maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych rozwiązania tworzone przez procedury SGS mogą być poprawiane: przez przesuwanie w prawo (późniejsze rozpoczynanie) zadań z ujemnymi przepływami pieniężnymi i/lub w lewo (wcześniejsze rozpoczynanie) zadań z dodatnimi przepływami pieniężnymi. Opracowywane są różne algorytmy przesuwania zadań (przeгляд w pracy [15]), jednak te procedury nie są dostosowane do problemu z etapowym rozliczaniem projektu. Dedykowane procedury dla deterministycznego problemu maksymalizacji funkcji celu F (z maksymalizacją zdyskontowanych przepływów pieniężnych projektu rozliczanego etapowo) proponowane są w pracy autorów [4]. Procedury te wymagają modyfikacji dla problemu maksymalizacji funkcji celu RF w celu uwzględnienia zakłóceń (zmiennych czasów trwania zadań). Należy jednak zauważyć, że metody przesuwania w prawo zadań stosowane dla deterministycznego problemu maksymalizacji przepływów pieniężnych są zbliżone do techniki proaktywnej, redundancji – wstawiania buforów czasowych w celu wygenerowania harmonogramu odpornego.

Podczas harmonogramowania proaktywnego (i przesuwania w prawo czynności dla deterministycznego problemu maksymalizacji przepływów pieniężnych) stosuje się dwa etapy optymalizacyjne: alokację, przydział zasobów do zadań (ang. *resource allocation*) oraz alokację buforów (ang. *buffer allocation*) [6,9]. W tej pracy celem harmonogramowania proaktywnego jest maksymalizacja wartości skumulowanych przepływów pieniężnych przy założeniu niepewności związanej ze zmiennością czasów trwania poszczególnych zadań.

Problem alokacji zasobów jest rozwiązywany m.in. jako zagadnienie minimalizacji liczby dodatkowych zależności kolejnościowych między zadaniami powstających podczas tej alokacji dla aktualnego harmonogramu [9,16-17]. Nowe ograniczenia kolejnościowe powstałe w wyniku przydziału zasobów zmniejszają odporność harmonogramu [16-17] oraz zmniejszają możliwości przesuwania w prawo zadań w celu zwiększenia skumulowanych przepływów pieniężnych [4]. W procedurach alokacji zasobów stosowane są zasady tj.: przydzielanie czynności połączonych relacjami kolejnościowe lub łukami nieuniknionymi (tzn. takimi, które muszą powstać dla aktualnego harmonogramu [7,16-17]), do wykonywania przez te same zasoby, maksymalizacja sumy przepływów między poszczególnymi zadaniami itp.

W kolejnym etapie tj. alokacji buforów odbywającej się przy ustalonej alokacji zasobów wstawiane są bufory czasowe przed zadaniami (przesuwane jest ich rozpoczęcie w prawo na wykresie Gantt'a) lub po zadaniach w celu uodpornienia harmonogramu przed zmiennością czasów trwania czynności lub czasowej niedostępności zasobów w celu zmniejszenia kosztów realizacji przedsięwzięcia. Bufory czasowe mają zapobiegać wahaniom (lub wzrostom) czasów trwania zadań. Wstawianie buforów często zwiększa czas trwania projektu oraz jego etapów. W przypadku problemu RCPSP z optymalizacją przepływów pieniężnych opóźnianie w czasie rozpoczynania zadań (opóźnianie wydatków) może zwiększać wartość funkcji celu – zdyskontowanej sumy wpływów i wydatków.

Szukanie rozwiązań proaktywnych jest kilkietapowe: na początku szukany jest harmonogram nominalny, następnie dla tego harmonogramu szukana jest alokacja zasobów i na koniec wstawiane są bufory czasowe. Podobnie działa proponowany proaktywny algorytm dla rozpatrywanego problemu maksymalizacji przepływów pieniężnych w warunkach niepewności z funkcją celu RF (patrz: wzór 5), którego schemat działania przedstawiony jest na rysunku 1.

```

Znajdź harmonogram  $S$  dla problemu maksymalizacji  $F$ ;
Znajdź alokację zasobów  $RA$  dla harmonogramu  $S$ ;
Utwórz listę  $SL$ ;
 $S^* := S$ ;
Wygeneruj zbiór scenariuszy czasów trwania zadań  $\Pi$ ;
Repeat
  zmieniono := false;
  For (dla każdej kolejnej czynności  $i$  z listy  $SL$ )
  Begin
     $RF^* := \text{wyznacz}RF(S^*, \Pi)$ ;
    Repeat
       $S' := \text{przesun}(S^*, i)$ ;
       $RF' := \text{wyznacz}RF(S', \Pi)$ ;
      If ( $RF' > RF^*$ ) Then
        Begin
           $S^* := S'$ ;
           $F^* := RF'$ ;
          zmieniono := true;
        End
      Until ( $RF^* < RF'$ )
    End
  Until (zmieniono = true)
Zwróć  $S^*$ 

```

Rys. 1. Schemat działania proponowanego algorytmu

gdzie: S – harmonogram dla deterministycznego problemu maksymalizacji funkcji celu F (patrz: wzór 1), bez przesunięć prawostronnych czynności, $\text{wyznacz}RF(S, \Pi)$ – średnia wartość funkcji celu RF (patrz: wzór 5), wyznaczona dla harmonogramu S i zbioru scenariuszy czasów trwania zadań Π , S^* – harmonogram o największej aktualnie średniej wartości funkcji celu RF równej RF^* , S' – aktualnie analizowany harmonogram, RF' – najwyższa w danej iteracji wartość funkcji celu RF dla harmonogramów z różnymi przesunięciami prawostronnymi, i – numer aktualnie analizowanego zadania, $\text{przesun}(S, i)$ – metoda tworząca harmonogram z S po przesunięciu o 1 w prawo zadania i , SL – lista czynności w kolejności malejących czasów zakończenia w S .

Na początku działania proponowanego algorytmu ustalany jest harmonogram nominalny S dla problemu maksymalizacji funkcji celu F (patrz: wzór 1), bez przesunięć prawostronnych zadań. Harmonogramowanie projektu z ograniczonymi zasobami RCPSP jest zagadnieniem NP-trudnym [18] – dla dużych projektów harmonogramy generowane są przy wykorzystaniu algorytmów przybliżonych tj. metaheurystyki symulowanego wyżarzania, algorytmy genetyczne itp. Przegląd i porównanie efektywności heurystyk można znaleźć w pracach [13,19].

Po wygenerowaniu harmonogramu nominalnego S szukana jest alokacja zasobów do zadań. Dla harmonogramu z ustaloną alokacją zasobów, w prosty sposób przeprowadza się operacje przesunięć prawostronnych zadań [4] (uwzględnione są ograniczenia zasobowe). Jednoznacznie (i przy niewielkim czasie obliczeń) można ustalić, jakie zmiany w uszeregowaniu spowoduje przesunięte w prawo rozpoczęcie każdej z czynności.

Szczegółowy opis problemu i procedur przydziału zasobów przedstawiony jest w pracach [7,9,16-17].

Dla harmonogramu nominalnego S z określoną alokacją zasobów wykonywana jest alokacja buforów, czyli wykonywane są przesunięcia prawostronne czynności przy wykorzystaniu metody $przesun(S, i)$. Dla różnych alokacji zasobów operacja $przesun(S, i)$ może prowadzić do innych zmian w czasach rozpoczęcia czynności rozpoczynanych po zakończeniu czynności i . Przesuwanie zadań odbywa się do momentu braku poprawy rozwiązań. W kolejnych iteracjach sprawdzane jest przesuwanie w prawo zadań analizowanych w kolejności malejących czasów ich rozpoczęcia w harmonogramie nominalnym S . Dane zadanie przesuwane jest o 1 aż do momentu, w którym opóźnione rozpoczęcie tej czynności nie zwiększa średniej wartości RF .

Dla zagadnienia harmonogramowania projektu w warunkach niepewności, optymalizowane są oczekiwane wartości funkcji celu RF dla rozpatrywanych scenariuszy przebiegu realizacji projektu – w naszym przypadku dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo. W symulacjach Monte Carlo występują zmiany w czasach trwania zadań w porównaniu do planu, stąd konieczna jest modyfikacja realizowanego harmonogramu przy użyciu procedur harmonogramowania reaktywnego (ang. *reactive scheduling*) [5-7], reharmonogramowania. W tej pracy założono, że rozpoczynanie zadań przed planowanym terminem nie jest możliwe (ang. *railway scheduling*), ze względu na konieczność np. dostarczenia materiałów niezbędnych do ich realizacji. Dodatkowo przyjęto, że naprawa uszeregowania nie powinna zmieniać ustalonej alokacji zasobów, której wykorzystanie usprawnia zarządzanie projektem. W tej sytuacji przydatne jest proste reharmonogramowanie z przesuwaniem prawostronnym zadań [6-7] (ang. *right-shift rescheduling*), które sprowadza się do przesuwania w prawo zakłóconych czynności bez zmiany alokacji zasobów.

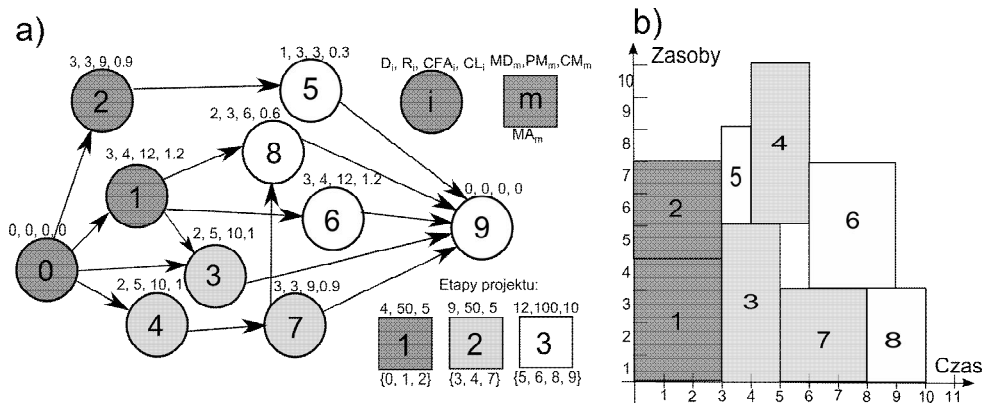
5. Przykład ilustracyjny

Przykładowy projekt przedstawiony jest jako sieć czynności na węzle AON (ang. *Activity On Node*) na rysunku 1a. Projekt ten składa się z 8 czynności (węzły 0 i 9 to czynności pozorne, przedstawiające początek i koniec grafu) wykonywanych za pomocą jednego typu zasobu o dostępności równej 10 ($a = 10$). Dla czynności zdefiniowane są najbardziej prawdopodobne czasy ich realizacji, zapotrzebowanie na zasoby oraz przepływy finansowe związane z zadaniami. Dodatkowo określone są trzy etapy projektu z terminami realizacji 4, 9, 12 i z ustalonymi umownymi rozliczeniami finansowymi. W obliczeniach analizowane są dwie wartości stopy dyskontowej $\alpha = 0$ i $\alpha = 0.2$.

W celu rozwiązania problemu na początku szukany jest harmonogram nominalny S , bez przesunięć prawostronnych zadań, o najwyższej wartości funkcji celu F (patrz: wzór 1). Taki harmonogram, znaleziony dla $\alpha = 0$ i $\alpha = 0.2$, znajduje się na rysunku 1b (dla $\alpha = 0$ funkcja celu $F = 129$, dla $\alpha = 0.2$ funkcja celu $F = 105.19$).

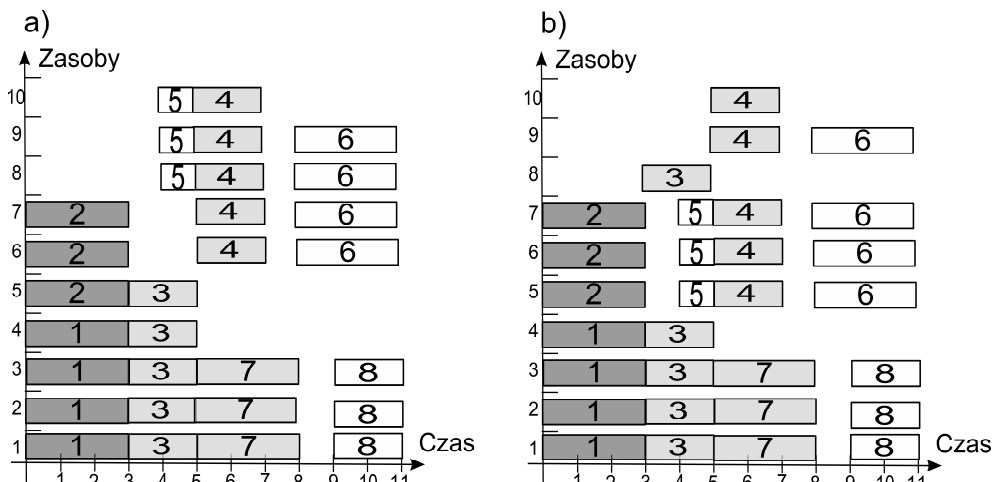
Następnym etapem jest ustalenie dla harmonogramu S alokacji zasobów do czynności. W tej pracy użyto proste procedury przydziału ISH [12] (ang. *Iterative Sampling Heuristic*) oraz ISH-UA [7] (ang. *ISH – Unavoidable Arcs*). W ISH zadania o zapotrzebowaniu na dany zasób większym od 1 są przydzielane tak, aby zmaksymalizować liczbę wspólnych łańcuchów z ostatnimi zadaniami w dostępnych łańcuchach. Procedura ISH nie uwzględnia istniejących relacji kolejnościowych. W algorytmie ISH-UA każda, analizowana czynność i

w pierwszej kolejności przydzielana jest do łańcuchów, w których ostatnia czynność jest bezpośrednim poprzednikiem czynności i lub tworzy z czynnością i tzw. łuk nieunikniony.



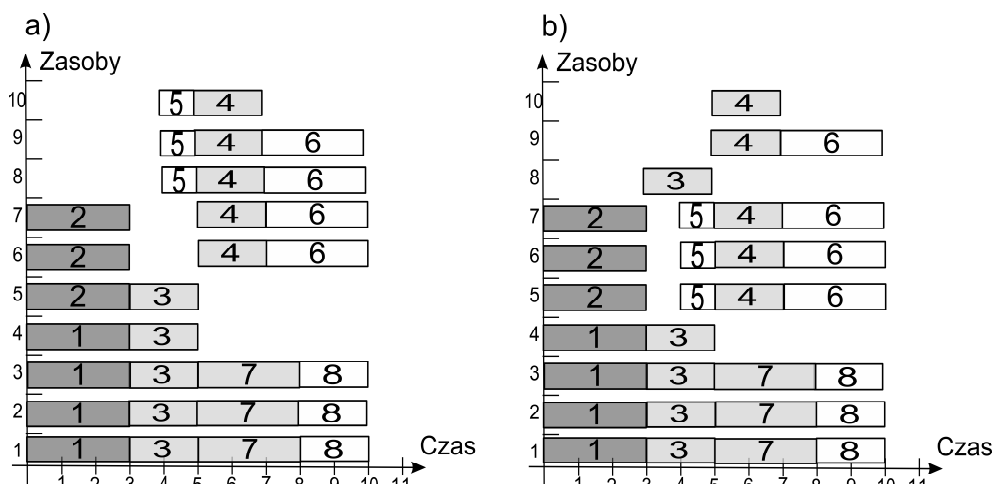
Rys. 1. a) Sieć czynności AON przykładowego projektu, b) Harmonogram nominalny S znaleziony dla listy czynności $\{1,2,5,3,4,6,7,8,9\}$ przy wykorzystaniu szeregowego SGS

Dla harmonogramu S z określoną alokacją zasobów wykonywane są przesunięcia prawostronne czynności w celu zwiększenia oczekiwanej wartości funkcji celu RF (patrz: wzór 6) dla różnych scenariuszy trwania zadań. Przy generowaniu scenariuszy, danych metodą Monte Carlo wykorzystany jest skumulowany rozkład β , który jest używany do opisywania zmienności czasów trwania zadań [5-10]. Dla każdej czynności i ($i = 1, \dots, N$) czas jej realizacji w symulacji losowany jest ze zdyskretyzowanego, prawoskośnego rozkładu β o parametrach 2 i 5, ze średnią równą planowanemu czasowi trwania D_i przy założeniu wartości minimalnej równej $0.75 \cdot D_i$ a wartości maksymalnej $1.625 \cdot D_i$.



Rys. 2. Harmonogramy proaktywne ($\alpha = 0$)
2a – alokacja ustalona procedurą ISH, 2b – alokacja znaleziona procedurą ISH-UA

Wylosowano 2000 scenariuszy czasów trwania zadań. Dla tych scenariuszy średnia wartość RF wyliczona dla harmonogramu S bez przesunięć prawostronnych wynosi: 128.09 ($\alpha = 0$, alokacja procedurą ISH), 128.36 ($\alpha = 0$, ISH-UA), 103.52 ($\alpha = 0.2$, ISH) lub 103.96 ($\alpha = 0.2$, ISH-UA). Poprawione rozwiązania z przesunięciami zadań w prawo ustalone przy $\alpha = 0$ znajdują się na rysunku 2, natomiast przy $\alpha = 0.2$ na rysunku 3.



Rys. 3. Harmonogramy proaktywne ($\alpha = 0.2$)
3a – alokacja ustalona procedurą ISH, 3b – alokacja znaleziona procedurą ISH-UA

Zastosowanie przesunięć prawostronnych poprawia średnie wartości skumulowanych przepływów pieniężnych RF .

Przy $\alpha = 0$ wzrost oczekiwanej funkcji celu przynosi przesunięcie w prawo kolejno zadań 8, 6 (o 2 jednostki), 4 i 5. Przy alokacji zasobów metodą ISH średnia wartość funkcji celu rośnie z 128.09 do 128.51 a dla ISH-UA z 128.36 do 128.74.

Przy $\alpha = 0.2$ poprawę RF przynosi przesunięcie jednostkowe zadań 6, 4 i 5. Przy alokacji zasobów metodą ISH średnia wartość funkcji celu rośnie z 103.52 do 104.07 a dla ISH-UA z 103.96 do 104.51.

Alokacja zasobów wygenerowana ISH-UA jest bardziej korzystna. Przydział utworzony procedurą ISH zawiera dodatkowe ograniczenie kolejnościowe między zadaniami 2 i 3. Każde wydłużenie czasu trwania zadania 2 powoduje koszty niestabilności związane z opóźnieniem rozpoczęcia zadania 3 (i jego następników, ewentualnie etapów przedsięwzięcia).

6. Podsumowanie

W artykule przeanalizowano problem maksymalizacji przepływów gotówkowych dla projektu rozliczanego etapowo, realizowanego w warunkach niepewności, przy zmiennych czasach trwania zadań. Zaproponowano sposób rozwiązania tego problemu z wykorzystaniem podejścia proaktywnego, w którym wykorzystano procedury odpornej alokacji zasobów i algorytm jednostkowych przesunięć prawostronnych. Optymalizację przepływów pieniężnych wykonywano dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą

Monte Carlo. Działanie algorytmu zilustrowano dla przykładowego projektu.

Podjęte zagadnienie jest aktualne. Proponowany model nie był, w tej postaci, rozważany w badaniach, a może być przydatny praktycznie. Przedmiotem dalszych prac autorów będzie m.in. opracowanie problemów testowych, eksperymentalna analiza proponowanych rozwiązań, implementacja bardziej zaawansowanych, dostosowanych do zagadnienia, procedur alokacji zasobów.

Praca finansowana przez Narodowe Centrum Nauki (nr projektu: N N519 645940, numer umowy: 6459/B/T02/2011/40)

Literatura

1. Hartmann S., Briskorn D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem. *European Journal of Operational Research*, 207(1), 2012, 1-14.
2. Józefowska J., Mika M., Różycki R., Waligóra G., Węglarz J.: Maksymalizacja zaktualizowanej wartości netto w problemach rozdziału zasobów – przegląd modeli i algorytmów. *Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria: Automatyka*, z. 134, 2002, 243-254.
3. Klimek M., Łebkowski P.: Robustness of schedules for project scheduling problem with cash flow optimisation. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 61, No. 4, 2013, 1005-1015.
4. Klimek M., Łebkowski P.: A Two-Phase Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. *Decision Making in Manufacturing and Services*, Vol. 7, No. 1-2, 2013, p. 49-66.
5. Herroelen W., Leus R.: Robust and reactive project scheduling: a review and classification of procedures. *International Journal of Production Research* 42(8), 2004, 1599-1620.
6. Herroelen, W., Leus, R.: Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European Journal of Operational Research*, 165, s. 289-306, 2005.
7. Klimek M.: Predyktorywno-reaktywne harmonogramowanie produkcji z ograniczoną dostępnością zasobów. Praca doktorska, AGH Kraków, 2010.
8. Deblaere F., Demeulemeester E.L., Herroelen W.S.: Proactive policies for the stochastic resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 214(2), 2011, 308-316.
9. Leus R, Herroelen W.: Stability and resource allocation in project planning. *IIE Transactions*, 36(7), 2004, 667-682.
10. Van de Vonder, S., Demeulemeester, E., Herroelen, W., Leus, R., The use of buffers in project management: The trade-off between stability and makespan. *International Journal of Production Economics* 97, 2005, 227-240.
11. Goldratt E. M.: *Critical chain*. Great Barrington: The North River Press, 1997.
12. Policella N., Oddi A., Smith S., Cesta A.: Generating robust partial order schedules. In *Proceedings of CP2004*, Toronto, Canada, 2004.
13. Kolisch R., Padman R.: An integrated survey of deterministic project scheduling, *OMEGA The International Journal of Management Science*, 29, 2001, 249-272.
14. Kolisch R.: Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation, *European Journal of Operational Research*, 90, 1996, 320-333.

15. Vanhoucke M.: A scatter search procedure for maximizing the net present value of a resource-constrained project with fixed activity cash flows, Gent, Working Paper 2006/417, 1-23.
16. Klimek M., Lebkowski P.: Resource allocation for robust project scheduling. Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, Vol. 59, No. 1, 2011, 51-55.
17. Deblaere F., Demeulemeester E.L., Herroelen W.S., Van De Vonder S.: Proactive resource allocation heuristics for robust project scheduling. Raport badawczy KBI_0608, K.U.Leuven, 2006.
18. Błażewicz J., Lenstra J., Kan A. R.: Scheduling subject to resource constraints - classification and complexity. Discrete Applied Mathematics, 5, 1983, 11-24.
19. Hartmann S., Kolisch R., Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem. European Journal of Operational Research, 127, 2000, 394-407.

Dr inż. Marcin KLIMEK
Zakład Informatyki, Katedra Nauk Technicznych,
Wydział Nauk Ekonomicznych i Technicznych,
Państwowa Szkoła Wyższa im. Papieża Jana Pawła II
21-500 Biała Podlaska, ul. Sidorska 95/97,
e-mail: marcin_kli@interia.pl

Dr hab. inż. Piotr ŁEBKOWSKI, prof. AGH
AGH, Wydział Zarządzania,
Katedra Badań Operacyjnych i Technologii Informacyjnych,
30-067 Kraków, al. Mickiewicza 30,
e-mail: plebkows@zarz.agh.edu.pl