OPTYMALIZACJA JEDNOSTADIALNEGO STEROWANIA WIELKOŚCIĄ ZAPASU W LOGISTYCZNYCH SYSTEMACH ZAOPATRZENIA I PRODUKCJI

Jan SZYMSZAL, Monika ŻELICHOWSKA, Jakub KRÓL

Streszczenie: Najczęściej omawiane w literaturze przedmiotu problemy sterowania zapasami charakteryzują się tzw. wielostadialnością (wieloetapowością) w trakcie podejmowania decyzji, co oznacza, że nabywane towary nie posiadają jednoznacznie ograniczonego okresu życia. Jednostadialność (jednoetapowość lub jednorazowość) sterowania zapasami odnosi się do dóbr, które mają krótki termin przydatności, co skutkuje ograniczonym okresem zainteresowania nimi ze strony klientów. Podjęcie decyzji o wielkości zakupu dobra o krótkotrwałym okresie przydatności na ustalony okres w celu utworzenia jego zapasu jest najczęściej decyzją ostateczną, i z reguły nie występuje w tym przypadku możliwość dokonania jej korekty w stosunku do następnych okresów. W artykule przedstawiono kilka propozycji rozwiązania konkretnego problemu jednostadialnego sterowania zapasami w warunkach niepewności i ryzyka z wykorzystaniem elementów teorii gier.

Słowa kluczowe: sterowanie poziomem zapasów, gry z naturą, logistyka

1. Wprowadzenie

Przedstawiane w literaturze przedmiotu problemy sterowania zapasami dotyczącą przede wszystkim tzw. wielostadialności, czyli wieloetapowości w trakcie podejmowania decyzji, co w praktyce oznacza, że nabywane towary (materiały, gotowe wyroby) nie posiadają jednoznacznie ograniczonego okresu życia. Jednakże w przypadku dóbr, które mają krótki termin przydatności, co skutkuje ograniczonym okresem zainteresowania nimi ze strony klientów (niektóre artykuły spożywcze, czasopisma itd.) pojawia się konieczność wykorzystania jednostadialnego (jednorazowego, jednoetapo-wego) sterowania zapasami. Literatura przedmiotu określa ten problem mianem *newsboy.* [4,5]. W przypadku zakupu dobra o krótkotrwałym okresie przydatności podjęcie decyzji o wielkości zamówienia na ustalony okres (np. najbliższy dzień czy tydzień) jest najczęściej decyzją ostateczną. Często nie występuje tutaj bowiem możliwość dokonania korekty wielkości zamówienia w stosunku do następnych okresów. Rozpatrywany problem ma dość duże znaczenie ekonomiczne w przypadku jednostadialnego sterowania zapasami, gdyż niewłaściwa decyzja, co do wielkości zamówienia może skutkować istotnymi konsekwencjami finansowymi. Zbyt mały zakup, prowadzi w tym przypadku do utraty pewnej części zysku (jednego z elementów kosztu braku zapasu), zaś sytuacja odwrotna (nadwyżka podaży) prowadzi do powstania wymiernych strat. Do rozwiązania problemów jednostadialnego sterowania zapasami można z powodzeniem wykorzystać wybrane kryteria podejmowania decyzji w warunkach niepełnej informacji, a konkretnie - elementy teorii gier z tzw. naturą bazujące na znanych algorytmach podejmowania decyzji w warunkach niepewności i ryzyka [1, 3-5].

2. Problem decyzyjny i kryteria podejmowania decyzji

W codziennej praktyce gospodarczej wiele decyzji podejmowanych jest w warunkach niepewności i ryzyka, gdyż wpływ na wynik podjętych działań ma wiele - czasem trudnych lub wręcz niemożliwych do przewidzenia - czynników (np. zachowanie rynku lub konkurencji).

Problem statystycznego podejmowania decyzji, mający naukowe podstawy matematyczne, występuje w metodach weryfikacji hipotez statystycznych, gdzie ma się do czynienia z dwiema możliwymi decyzjami, sprowadzającymi się do przyjęcia lub odrzucenia hipotezy zerowej. Podstawą podjęcia decyzji jest wcześniejsze założenie poziomu istotności (α), czyli prawdopodobieństwa popełnienia błędu polegającego na odrzuceniu prawdziwej hipotezy [7]. Nie bierze się jednak pod uwagę konsekwencji ekonomicznych, czyli utraconych kosztów realizacji podjętej błędnej decyzji. Naturalne jest zatem, szukanie danych statystycznych, które mogą dokładnie uzasadnić podjęcie decyzji.

Jeżeli podjęcie konkretnej decyzji pociąga za sobą korzyść lub stratę, to ma się do czynienia z problemem decyzyjnym, a sam sposób, w jaki rozwiązuje się ten problem, czyli określa się najlepszą dla danej sytuacji decyzję określa się mianem analizy decyzyjnej (procesem podejmowania decyzji lub procesem decyzyjnym).

Bez względu na sposób sformułowania problemu, jego zakresu i kryteriów wyboru decyzji, występują w nim zawsze pewne elementy wspólne:

- Podmiot, czyli osoba lub grupa osób podejmujących decyzję.
- Podejmujący decyzję powinien znać wszystkie możliwe do podjęcia decyzje dopuszczalne (co najmniej dwie), czyli wykluczające się nawzajem decyzje wiążące się z danym problemem decyzyjnym.
- Zbiór stanów natury, czyli czynników, które nie są kontrolowane przez podejmującego decyzję, a które wpływają na ostateczny wynik podjętej decyzji. Zakłada się najczęściej, że liczba możliwych stanów natury jest skończona, że są one znane i uwzględnione w analizie danego problemu decyzyjnego oraz że żadne dwa stany natury nie występują równocześnie.

Wynik odpowiadający określonej parze: {decyzja; stan natury}, nazywany jest wypłatą (korzyścią), przy czym zakłada się, że wszystkie wielkości wypłat danego problemu decyzyjnego są również znane. W celu wyboru decyzji - przy danym stanie natury - należy więc porównać korzyści z nich wynikające, a zatem wypłata związana z podjęciem danej decyzji powinna być odpowiednio zmierzona. Wielkość, którą używa się do pomiaru i wyrażenia wypłaty, to tzw. zmienna celu, gdyż odzwierciedla ona cel działania, dla którego osiągnięcia poszukuje się najlepszej decyzji. Dany problem decyzyjny zdefiniowany jest więc przez następujące elementy: decyzje dopuszczalne, stany natury, wypłaty i zmienną celu [4].

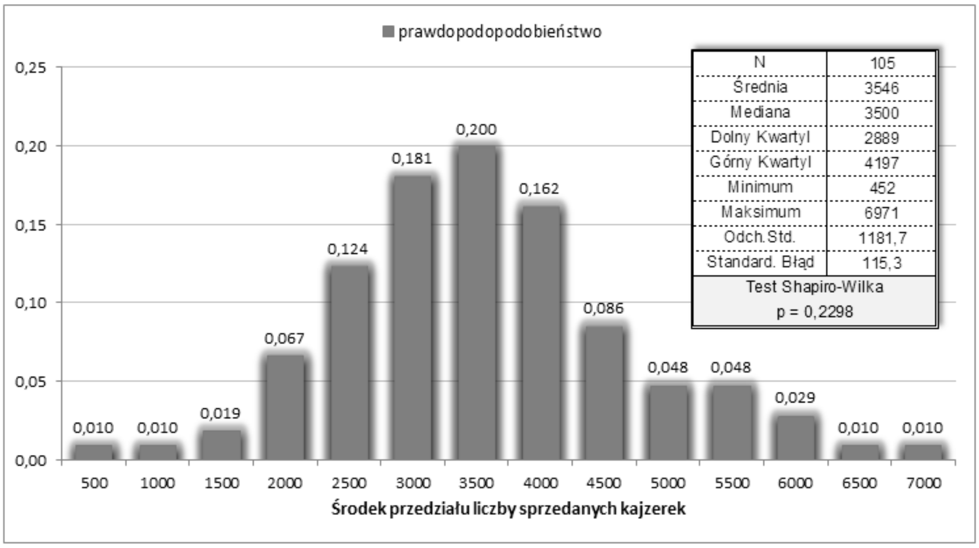
W podsumowaniu można stwierdzić, że wybór decyzji wynika z oceny korzyści, jakie daje podjęcie różnych decyzji dla różnych stanów natury, a następnie wskazanie najlepszej, czyli optymalnej korzyści. Należy zaznaczyć, że wybór najlepszej decyzji zależy od przyjętego kryterium, strategii podejmowania decyzji czy też wiedzy podejmującego decyzje o możliwości wystąpienia poszczególnych stanów natury, a więc nie musi to być najwyższa wielkość wypłaty [1,5].

Konstrukcja tablicy korzyści (macierzy wypłat) w zależności od zdefiniowanych warunków początkowych danego problemu decyzyjnego oraz poszczególne kryteria wyboru decyzji optymalnej przedstawione zostaną w części badań własnych, związanych z rozwiązaniem konkretnego problemu decyzyjnego jednostadialnego sterowania zapasem.

3. Rozwiązanie problemu jednostadialnego sterowania zapasem

W dużym markiecie spożywczo-przemysłowym na stoisku piekarniczym sprzedaje się popularne bułki, tzw. kajzerki. Kierownik tego stoiska codziennie rano musi złożyć zamówienie na określoną liczbę kajzerek, przy czym zamówienie musi opiewać na partie zawierające po 100 bułek, gdyż wynika to z cyklu produkcyjnego własnej piekarni. Cena za 1 bułkę wynosi 10 gr, a cena detaliczna sprzedaży 30 gr.

W wyniku 105 dniowej (15 tygodniowej) obserwacji popytu na kajzerki, można było określić prawdopodobieństwo zachowania się rynku klientów, czy możliwych stanów natury. Po dokładnej analizie wielkości sprzedaży bułek w przyjętym okresie obserwacji przyjęto 14 klas (przedziałów) wielkości popytu, przy czym pierwszy przedział ujmuje sprzedaż od 250 do 750 bułek (środek przedziału to 500 bułek), drugi przedział od 750 do 1250 bułek (środek przedziału to 1000 bułek) itd., a ostatni czternasty przedział od 6750 do 7250 bułek (środek przedziału to 7000 bułek). Histogram przedstawiony na rys.1 ujmuje wielkość prawdopodobieństwa podaży bułek w danej klasie oraz wybrane charakterystyki statystyki opisowej wielkości podaży.



Rys. 1. Histogram prawdopodobieństwa podaży bułek w danej klasie (opracowanie własne)

Opierając się na przedstawionych danych należy podjąć decyzję o wielkości zamówienia na określoną liczbę kajzerek, a celem tego działania jest osiągnięcie jak najwyższego, w danych warunkach, zysku. Przyjęto 14 możliwości decyzji dopuszczalnych ujmujących zakup 500, 1000 itd., aż do 7000 bułek.

Dla przedstawionego problemu rozpatrzono trzy możliwości podejścia do konstrukcji tabeli wypłat, którą można wykorzystać w jednostadialnym sterowaniu wielkością partii kupowanych bułek z przeznaczeniem do sprzedaży w ciągu jednego dnia.

W rozważaniach związanych z optymalizacją decyzji jednostadialnego sterowania wielkością zapasu zrezygnowano z rozpatrywania ich w zależności od dnia tygodnia, gdyż jak wykazał wynik testu zgodności chi-kwadrat Pearsona [7], rozkład prawdopodobieństwa liczby sprzedanych bułek w 7 dniach tygodnia był zbliżony do równomiernego ($\chi^2 = 7{,}739$; $p = 0{,}2576$).

Problem 1.

Wielkość wypłat w konstruowanej macierzy ujmuje wielkość zysku (czyli liczbę sprzedanych bułek pomnożoną przez jednostkowy zysk) pomniejszoną o wielkość straty (czyli liczbę niesprzedanych bułek pomnożoną przez jednostkową cenę zakupu).

Wynikową tabelę wypłat dla warunków Problemu 1 przedstawia rys. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Dochód jednostkowy =	0,20		Problem 1												
2	Strata jednostkowa=	0,10														
4	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
5	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)
6	500	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
7	1000	50	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	199
8	1500	0	150	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	296
9	2000	-50	100	250	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	390
10	2500	-100	=JEŻELI($A6<=B$5;$B$1*$A6;$B$1*B$5-($A6-B$5)*$B$2)							500	500	500	500	500	500	474
11	3000	-150	0	150	300	450	600	600	600	600	600	600	600	600	600	540
12	3500	-200	-50	100	250	400	550	700	700	700	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	579
13	4000	-250	-100	50	200	350	500	650	800	800	=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B6:O6)					587
14	4500	-300	-150	0	150	300	450	600	750	900	900	900	900	900	900	571
15	5000	-350	-200	-50	100	250	400	550	700	850	1000	1000	1000	1000	1000	543
16	5500	-400	-250	-100	50	200	350	500	650	800	950	1100	1100	1100	1100	507
17	6000	-450	[illegible]	=MAX(B6:B19)	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1200	1200	464
18	6500	-500	[illegible]	[illegible]	-50	=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B21:O21)					[illegible]	1000	=MAX(P6:P19)		1300	417
19	7000	-550	-400	-250	-100	50	200	350	500	650	800	950	1100	1250	1400	369
21	Maksimum stanu natury	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	
22	Prawdopodobieństwo	0,010	0,010	0,019	0,067	0,124	0,181	0,200	0,162	0,086	0,048	0,048	0,029	0,010	0,010	
23		OWDI =	712		OW =	587		OSM =	125						Decyzja:	587
25	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
26	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)*
27	500	0	100	200	300	400	[illegible]	[illegible]	700	800	900	1000	1100	1200	1300	612
28	1000	50	0	100	200	300	=MAX(P6:P19)		600	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	514
29	1500	100	50	0	100	200	300	[illegible]	[illegible]	=SUMA.ILOCZYNÓW(B27:O27;$B$22:$O$22)						417
30	2000	150	=B$21-B6	50	0	100	200	=MAX(P6:P19)		500	600	700	800	900	1000	322
31	2500	200	150	100	50	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	238
32	3000	250	200	150	100	50	0	100	200	300	400	500	600	700	800	172
33	3500	300	250	200	150	100	50	0	100	200	300	400	500	600	700	134
34	4000	350	300	250	200	150	100	50	0	100	200	300	400	500	600	125
35	4500	400	350	300	250	200	150	100	50	0	100	200	300	400	500	141
36	5000	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	100	200	300	400	170
37	5500	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	100	200	300	205
38	6000	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	[illegible]	[illegible]	200	248
39	6500	600	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	=MIN(P27:P40)		100	295
40	7000	650	600	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	344
42															Decyzja:	125

Rys.2. Rozwiązanie Problemu 1 jednostadialnego sterowaniu wielkością zapasu (opracowanie własne)

Formuła do obliczenia wielkości wypłat (komórka B6 - rys. 2) w pierwszej kolejności sprawdza czy liczba zamówionych bułek jest mniejsza lub równa liczbie bułek możliwych do sprzedania. Jeśli warunek ten jest prawdziwy wielkość wypłaty jest równa iloczynowi liczby zamówionych (czyli sprzedanych) bułek przez zysk jednostkowy. Jeżeli natomiast warunek ten nie jest spełniony, wielkość wypłaty jest równa różnicy zysku ze sprzedanych bułek oraz straty z powodu nie sprzedania nadmiaru zamówionych bułek.

W wierszu 21 (rys. 2) wyznaczono maksymalną wielkość wypłaty dla każdego stanu natury. Jak można zauważyć, nie ma takiej decyzji, która byłaby najlepsza przy każdym stanie natury. Zatem dla podjęcia optymalnej decyzji potrzebny jest wybór strategii w rozwiązywaniu problemu decyzyjnego, czyli wybór kryterium, według którego przeprowadzana jest analiza decyzyjna.

W kolejnym etapie wyznaczono wielkości tzw. strat możliwości. Wielkość straty możliwości związanej z daną decyzją - przy danym stanie natury, jest określona przez różnicę między maksymalną możliwą wypłatą dla tego stanu natury, a wypłatą odpowiadającą temu stanowi natury i tej decyzji. W ten sposób otrzymano tzw. macierz żalu (blok komórek B27:O40 - rys. 2), która wraz z macierzą wypłat (blok komórek B6:O19) oraz wielkością prawdopodobieństwa zaistnienia danego stanu natury (blok komórek B22:O22) zawierają wszystkie elementy niezbędne dla przeprowadzenia analizy decyzyjnej.

W rozpatrywanym przypadku podejmujący decyzję zna empiryczny rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury z wcześniejszych obserwacji w przeszłości, a więc może wybrać metodę podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka. Omawiany rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury może wynikać również z teoretycznych założeń lub z subiektywnej oceny podejmującego decyzję lub opinii ekspertów. Należy dodać, że jeżeli podejmujący decyzję nie ma żadnych informacji o prawdopodobieństwie realizacji stanów natury, np. dany problem decyzyjny rozważany jest po raz pierwszy i nie można oprzeć się na wcześniejszym doświadczeniu, to podejmuje się decyzję w warunkach niepewności. Literatura przedmiotu [3-5] nie wprowadza rygorystycznego rozróżniania między warunkami ryzyka oraz warunkami niepewności, gdyż podejmujący decyzję zwykle przypisuje subiektywnie prawdopodobieństwo wystąpienia poszczególnych stanów natury, jednakże często można spotkać podział na kryteria nieprobabilistyczne (przy braku znajomości rozkładu prawdopodobieństwa) oraz probabilistyczne (gdy znany jest rozkład prawdopodobieństwa).

Gdy podejmujący decyzję nie zna rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury, naturalne wydaje się wtedy przyjęcie założenia zaproponowanego przez Laplace'a, że są one jednakowo prawdopodobne. Przy tej regule zakłada się więc, że wszystkie stany natury są jednakowo prawdopodobne, najlepszą zaś decyzją jest ta, której odpowiada najwyższa oczekiwana wypłata. Jeśli jednak rozkład rzeczywisty wyraźnie odbiega od równomiernego to wykorzystując tę regułą można uzyskać błędne rozwiązanie problemu decyzyjnego.

Do rozwiązania przedstawionego problemu decyzyjnego zostaną wykorzystane kryteria probabilistyczne: kryterium maksymalnej oczekiwanej wygranej (wypłaty) oraz kryterium minimalnego oczekiwanego żalu (straty możliwości). Należy dodać, że oba te kryteria są równoważne w tym sensie, że dają to samo optymalne rozwiązanie problemu decyzyjnego.

Według kryterium maksymalnej oczekiwanej wygranej decyzją optymalną jest ta, której odpowiada największa oczekiwana wygrana (wypłata). Wielkość oczekiwanej wypłaty związaną z daną decyzją wyznacza się, jako sumę iloczynów wielkości wypłat i prawdopodobieństw wystąpienia stanów natury Wartości oczekiwanych wypłat $E(X)$ (blok komórek P6:P19 - rys. 2) sugerują, że decyzją, której odpowiada najwyższa oczekiwana wypłata (równa 587 zł) jest decyzja o zamówieniu 4000 bułek.

Zasada kryterium minimalnego oczekiwanego żalu bazuje na obliczaniu wartości oczekiwanej z wykorzystaniem elementów wcześniej utworzonej macierzy żalu. Wartości oczekiwane strat możliwości (żalu) $E(X)^*$ (blok komórek P27:P40 - rys. 2) sugerują, że decyzją, której odpowiada najmniejsza wartość oczekiwana strat możliwości jest również decyzja o zamówieniu 4000 bułek.

Należy pokreślić, że niezależnie od liczbowych wyników wykonanej analizy decyzyjnej, istotny lub najczęściej decydujący wpływ na wybór najlepszego wariantu ma subiektywna ocena sytuacji przez decydenta, jego subiektywne preferencje oraz niechęć lub skłonność do ryzyka. Jak wskazuje doświadczenie praktyczne oraz literatura przedmiotu związana z teorią użyteczności [4], w procesie podejmowania decyzji, a szczególnie w przypadku, gdy jest to akt jednorazowy, podejmujący decyzje kieruje się najczęściej maksymalizacją użyteczności, rozumianej jako suma subiektywnego zadowolenia czy satysfakcji, odczuwanych z powodu posiadania i/lub używania jakiegoś przedmiotu lub kwoty pieniędzy, a w mniejszym stopniu maksymalizacją wartości oczekiwanej wypłaty. Oczywistym staje się więc, że użyteczność tej samej wielkości wygranej (wypłaty) w rozwiązaniu konkretnego problemu decyzyjnego, może być różna dla różnych osób. Można założyć, że w wybranym momencie procesu decyzyjnego podejmujący decyzję ma pewność wystąpienia konkretnego stanu natury, czyli dysponuje tzw. doskonałą informacją i oczywiście dokonuje wyboru spośród możliwych tego wariantu, któremu przy wystąpieniu tego stanu natury odpowiada wielkość największej wygranej.

W przypadku wielokrotnego powtarzania procesu podejmowania decyzji przy dysponowaniu doskonałą informacją przy danym rozkładzie prawdopodobieństwa stanów natury, wartość oczekiwanej wygranej przy wykorzystaniu doskonałej informacji (OWDI) jest równa sumie iloczynów maksymalnych wygranych związanych z danymi stanami natury i odpowiadającym im prawdopodobieństwom. Wartość oczekiwanej wygranej przy wykorzystaniu doskonałej informacji jest równa 712 zł (komórka C23 - rys. 2) i wyraża ona średnią wartość wygranej, w przypadku pewności (przed podjęciem decyzji), co do wystąpienie konkretnego stanu natury. Gdy natomiast podejmuje się decyzje w warunkach ryzyka i chce się znać doskonałą informację, to zwykle uzyskuje się ją przeprowadzając odpowiednie badania, co wiąże się z dodatkowymi kosztami. Rodzi się zatem pytanie, co do wielkości kosztów jakie opłaca się ponieść, aby określić doskonałą informację. Wielkość tych kosztów nazywana jest oczekiwaną wartością doskonalej informacji, i można ją obliczyć odejmując od wartości oczekiwanej wygranej przy wykorzystaniu doskonałej informacji (ODWI), maksymalną wartość oczekiwanej wypłaty (OW) która jest równa 587 zł (komórka F23 - rys. 2). Można z łatwością zauważyć, że oczekiwana wartość doskonalej informacji wynosząca 125 zł, jest równa minimalnej oczekiwanej starcie możliwości (OSM) (komórka I23 - rys. 2). Jest również oczywiste, że wydanie większej kwoty niż oczekiwana wartość doskonalej informacji jest nieopłacalne, gdyż koszty uzyskania dodatkowej informacji przekroczyłyby w tym przypadku ewentualne korzyści, które można by uzyskać dzięki podjęciu decyzji w warunkach pewności.

<u>Problem 2.</u>

Podobnie jak w <u>Problemie 1</u> wielkość wypłat w konstruowanej macierzy ujmuje wielkość zysku (czyli liczbę sprzedanych bułek pomnożoną przez jednostkowy zysk) pomniejszoną o wielkość straty. Tym razem jednak, wielkość straty została zmniejszona dzięki możliwości odsprzedaży niesprzedanych bułek w cenie 7 gr za sztukę. Tak więc jednostkowa strata wynosi jedynie 3 gr (komórka B2 - rys. 3).

Wynikową tabelę wypłat dla warunków <u>Problemu 2</u> przedstawia rys. 3.

Jak już zaznaczono, według kryterium maksymalnej oczekiwanej wygranej decyzją optymalną jest ta, której odpowiada największa oczekiwana wygrana (wypłata). Tym razem wartości oczekiwanych wypłat *E(X)* (blok komórek P6:P19 - rys. 2) sugerują, że decyzją, której odpowiada najwyższa oczekiwana wypłata (równa 650 zł) jest decyzja o zamówieniu 5000 bułek, czyli o 1000 więcej niż w przypadku, gdy tracono na każdej bułce całą kwotę przeznaczoną na jej zakup (nie istniała możliwość odsprzedaży niesprzedanego towaru).

Wartości oczekiwane strat możliwości (żalu) *E(X)** (blok komórek P27:P40 - rys. 3) sugerują, że decyzją, której odpowiada najmniejsza wartość oczekiwana strat możliwości jest również decyzja o zamówieniu 5000 bułek.

Dla Problemu 2 wartość oczekiwanej wygranej przy wykorzystaniu doskonałej informacji jest, podobnie jak w przypadku *Problemu 1*, równa 712 zł (komórka C23 - rys. 3), i wyraża ona średnią wartość wygranej, w przypadku pewności (przed podjęciem decyzji), co do wystąpienie konkretnego stanu natury. Tym razem jednak oczekiwana wartość doskonałej informacji jest równa jedynie 63 zł (komórka I23 - rys. 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Dochód jednostkowy =	0,20		Problem 2												
2	Strata jednostkowa=	0,03														
4	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
5	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)
6	500	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
7	1000	85	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	199
8	1500	70	185	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	297
9	2000	55	170	285	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	392
10	2500	40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	500	500	500	500	500	500	480
11	3000	25	140	255	370	485	600	600	600	600	600	600	600	600	600	554
12	3500	10	125	240	355	470	585	700	700	700	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	607
13	4000	-5	110	225	340	455	570	685	800	800	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	637
14	4500	-20	95	210	325	440	555	670	785	900	900	900	900	900	900	648
15	5000	-35	80	195	310	425	540	655	770	885	1000	1000	1000	1000	1000	650
16	5500	-50	65	180	295	410	525	640	755	870	985	1100	1100	1100	1100	645
17	6000	-65	[illegible]	[illegible]	280	395	510	625	740	855	970	1085	1200	1200	1200	636
18	6500	-80	[illegible]	[illegible]	265	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1070	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1300	623
19	7000	-95	20	135	250	365	480	595	710	825	940	1055	1170	1285	1400	609
21	Maksimum stanu natury	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	
22	Prawdopodobieństwo	0,010	0,010	0,019	0,067	0,124	0,181	0,200	0,162	0,086	0,048	0,048	0,029	0,010	0,010	
23		OWDI =	712		OW =	650		OSM =	63						Decyzja:	650
25	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
26	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)*
27	500	0	100	200	300	[illegible]	[illegible]	[illegible]	700	800	900	1000	1100	1200	1300	612
28	1000	15	0	100	200	[illegible]	[illegible]	[illegible]	600	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	513
29	1500	30	15	0	100	200	300	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	416
30	2000	45	[illegible]	15	0	100	200	[illegible]	[illegible]	500	600	700	800	900	1000	320
31	2500	60	45	30	15	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	232
32	3000	75	60	45	30	15	0	100	200	300	400	500	600	700	800	158
33	3500	90	75	60	45	30	15	0	100	200	300	400	500	600	700	105
34	4000	105	90	75	60	45	30	15	0	100	200	300	400	500	600	76
35	4500	120	105	90	75	60	45	30	15	0	100	200	300	400	500	64
36	5000	135	120	105	90	75	60	45	30	15	0	100	200	300	400	63
37	5500	150	135	120	105	90	75	60	45	30	15	0	100	200	300	67
38	6000	165	150	135	120	105	90	75	60	45	30	15	[illegible]	[illegible]	200	76
39	6500	180	165	150	135	120	105	90	75	60	45	30	[illegible]	[illegible]	100	89
40	7000	195	180	165	150	135	120	105	90	75	60	45	30	15	0	103
42															Decyzja:	63

=JEŻELI($A6<=B$5;$B$1*$A6;$B$1*B$5-($A6-B$5)*$B$2)
=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B6:O6)
=MAX(B6:B19)
=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B21:O21)
=MAX(P6:P19)
=MAX(P6:P19)
=SUMA.ILOCZYNÓW(B27:O27;$B$22:$O$22)
=B$21-B6
=MAX(P6:P19)
=MIN(P27:P40)

Rys. 3. Rozwiązanie Problemu 2 jednostadialnego sterowaniu wielkością zapasu (opracowanie własne)

Problem 3.

Podobnie jak w Problemie 1 wielkość wypłat w konstruowanej macierzy ujmuje wielkość zysku (czyli liczbę sprzedanych bułek pomnożoną przez jednostkowy zysk) pomniejszoną o wielkość straty (czyli liczbę niesprzedanych bułek pomnożoną przez jednostkową cenę zakupu). Dodatkowo w tym przypadku uwzględniono jeden z ważniejszych elementów kosztów logistycznych, a mianowicie wielkość utraconych przychodów (potencjalnego zysku) wynikających z nieprawności procesów logistycznych [1,5,6]. Niesprawność procesu logistycznego identyfikowano z zamówieniem (zapasem) mniejszym niż możliwości sprzedaży. Tak więc, jeśli zamówiono mniejszą liczbę bułek (decyzja handlowca), niż wynosiłaby potencjalna podaż (zachowanie się rynku klientów), to wielkość zysku obniżano o wartość iloczynu: różnicy liczby bułek możliwych do sprzedaży i rzeczywiście sprzedanych oraz jednostkowego dochodu.

Wynikową tabelę wypłat dla warunków Problemu 3 przedstawia rys. 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Dochód jednostkowy =	0,20		Problem 3												
2	Strata jednostkowa=	0,10														
4	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
5	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)
6	500	100	0	-100	-200	-300	-400	-500	-600	-700	-800	-900	-1000	-1100	-1200	-512
7	1000	50	200	100	0	-100	-200	-300	-400	-500	-600	-700	-800	-900	-1000	-315
8	1500	0	150	300	200	100	0	-100	-200	-300	-400	-500	-600	-700	-800	-120
9	2000	-50	100	250	400	300	200	100	0	-100	-200	-300	-400	-500	-600	71
10	2500	-100	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-300	-400	245
11	3000	-150	0	150	300	450	600	500	400	300	200	100	0	-100	-200	388
12	3500	-200	-50	100	250	400	550	700	600	500	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	485
13	4000	-250	-100	50	200	350	500	650	800	700	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	533
14	4500	-300	-150	0	150	300	450	600	750	900	800	700	600	500	400	540
15	5000	-350	-200	-50	100	250	400	550	700	850	1000	900	800	700	600	526
16	5500	-400	-250	-100	50	200	350	500	650	800	950	1100	1000	900	800	500
17	6000	-450	[illegible]	[illegible]	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1100	1000	461
18	6500	-500	-350	-200	-50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1000	[illegible]	[illegible]	1200	416
19	7000	-550	-400	-250	-100	50	200	350	500	650	800	950	1100	1250	1400	369
21	Maksimum stanu natury	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	
22	Prawdopodobieństwo	0,010	0,010	0,019	0,067	0,124	0,181	0,200	0,162	0,086	0,048	0,048	0,029	0,010	0,010	
23		OWDI =	712		OW =	540		OSM =	172						Decyzja:	540
25	Liczba zamówionych	Liczba możliwych do sprzedania kajzerek (stany natury)														
26	kajzerek (decyzje)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	E(X)*
27	500	0	200	400	600	800	[illegible]	[illegible]	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	1225
28	1000	50	0	200	400	600	800	1000	1200	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1027
29	1500	100	50	0	200	400	600	[illegible]	[illegible]	1200	1400	1600	1800	2000	2200	832
30	2000	150	[illegible]	50	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000	641
31	2500	200	150	100	50	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	468
32	3000	250	200	150	100	50	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	325
33	3500	300	250	200	150	100	50	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	227
34	4000	350	300	250	200	150	100	50	0	200	400	600	800	1000	1200	180
35	4500	400	350	300	250	200	150	100	50	0	200	400	600	800	1000	172
36	5000	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	200	400	600	800	187
37	5500	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	200	400	600	213
38	6000	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	200	400	251
39	6500	600	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	[illegible]	[illegible]	200	296
40	7000	650	600	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	0	344
42															Decyzja:	172

=JEŻELI($A6<=B$5;$B$1*$A6;$B$1*B$5-($A6-B$5)*$B$2)-JEŻELI(B$5>$A6;(B$5-$A6)*$B$1;0)

=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B6:O6)

=MAX(B6:B19)

=SUMA.ILOCZYNÓW($B$22:$O$22;B21:O21)

=MAX(P6:P19)

=MAX(P6:P19)

=SUMA.ILOCZYNÓW(B27:O27;$B$22:$O$22)

=MAX(P6:P19)

=B$21-B6

=MIN(P27:P40)

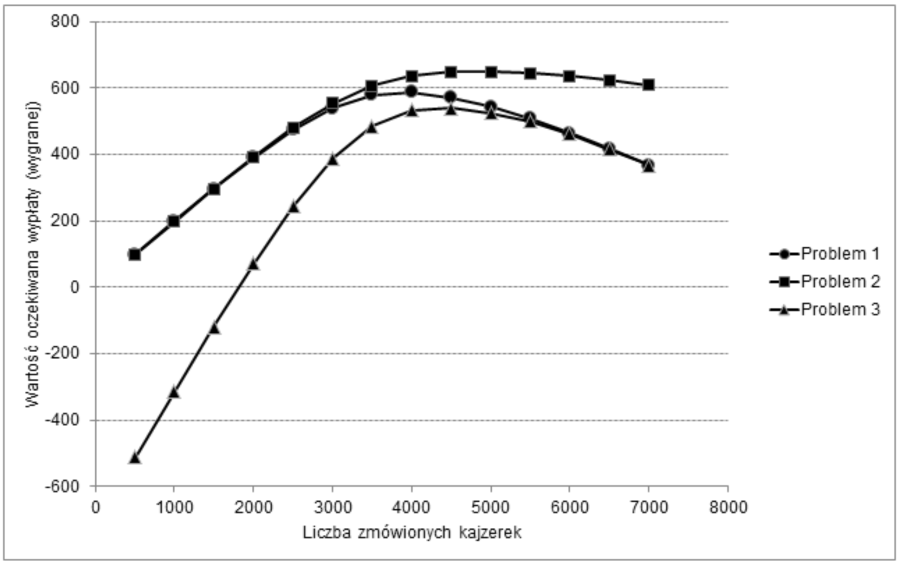
Rys. 4. Rozwiązanie Problemu 3 jednostadialnego sterowaniu wielkością zapasu (opracowanie własne)

Jak już zaznaczono, według kryterium maksymalnej oczekiwanej wygranej decyzją optymalną jest ta, której odpowiada największa oczekiwana wygrana (wypłata). Tym razem wartości oczekiwanych wypłat *E(X)* (blok komórek P6:P19 - rys. 4) sugerują, że decyzją, której odpowiada najwyższa oczekiwana wypłata (równa 540 zł) jest decyzja o zamówieniu 4500 bułek, czyli o 500 więcej niż w przypadku, gdy tracono na każdej bułce całą kwotę przeznaczoną na jej zakup (nie istniała możliwość odsprzedaży niesprzedanego towaru), oraz o 500 mniej gdy istniała możliwość odsprzedaży niesprzedanych bułek w ciągu dnia.

Wartości oczekiwane strat możliwości (żalu) *E(X)** (blok komórek P27:P40 - rys. 4) sugerują, że decyzją, której odpowiada najmniejsza wartość oczekiwana strat możliwości jest również decyzja o zamówieniu 4500 bułek.

Dla Problemu 3 wartość oczekiwanej wygranej przy wykorzystaniu doskonałej informacji jest, podobnie jak w przypadku Problemu 1 i 2, równa 712 zł (komórka C23 - rys. 4), i wyraża ona średnią wartość wygranej, w przypadku pewności (przed podjęciem decyzji), co do wystąpienie konkretnego stanu natury. Tym razem jednak oczekiwana wartość doskonałej informacji jest równa aż 172 zł (komórka I23 - rys. 4), czyli znacznie większa niż w przypadku Problemu 1 i 2.

Jako uzupełnienie uzyskanych rozwiązań przedstawionych problemów decyzyjnych może być przedstawienie zależności wartości oczekiwanej wypłaty (wygranej) od liczby zamówionych bułek.



Rys. 5. Zależność wartości oczekiwanej wypłaty od liczby zamówionych bułek (opracowanie własne)

Jak widać z przedstawionych zależności największą zmiennością wartości oczekiwanej wypłaty od liczby zamówionych bułek charakteryzuje się krzywa odpowiadająca rozwiązaniu Problemu 3, w którym uwzględniono w podejmowaniu decyzji związanych z wielkością dziennego zapasu - wielkość utraconych przychodów (potencjalnego zysku) - wynikających z zamówienia (zapasu) mniejszego, niż możliwości sprzedaży. W tym przypadku więc niewłaściwie podjęta decyzja, co do wielkości zapasu może wpłynąć na znaczne obniżenie potencjalnego zysku (dochodu), a nawet do wymiernych strat.

4. Podsumowanie i wnioski

Na podstawie ponad rocznej obserwacji badanego stoiska, stwierdzono, że praktyczne wykorzystanie przedstawionych metod optymalizacji jednostadialnego sterowania wielkością zapasu (zamówienia) przyniosło wymierne korzyści finansowe.

Szczególną uwagę zwrócono decydentom badanej placówki na konieczność uwzględnienia w podejmowaniu decyzji związanych z wielkością dziennego zapasu na jeden z ważniejszych elementów kosztów logistycznych, a mianowicie wielkość utraconych przychodów (potencjalnego zysku) wynikających z nieprawności procesów logistycznych, przy czym niesprawność procesu logistycznego identyfikowano z zamówieniem (zapasem) mniejszym niż możliwości sprzedaży.

W podsumowaniu przedstawionych metod należy pokreślić, że oczekiwana wartość wygranej (wypłaty) może nie stanowić żadnej konkretnej możliwej wygranej w przypadku gdyby problem ten sam problem decyzyjny był rozwiązywany w taki sam sposób, ale jedynie niewielką liczbę razy. Zgodnie z interpretacją wartości oczekiwanej [7] wyraża ona przeciętną wypłatę, którą można by było otrzymać, gdyby wielokrotnie (teoretycznie nieskończenie wiele razy) rozwiązywano w taki sam sposób ten sam problem decyzyjny.

W rozpatrywanym przypadku reguła maksymalizacji oczekiwanej wypłaty ma jednak wyraźny sens, gdyż decyzję podejmuje się w wielu (kilkuset) powtarzalnych sytuacjach.

Wykazano, że nawet dość skomplikowane problemy decyzyjne (w prezentowanych przykładach liczba pól tabeli wypłat jest równa 196), wymagające wielu obliczeń można z powodzeniem rozwiązywać w ogólnie dostępnych i popularnych arkuszach kalkulacyjnych.

Oprócz zaprezentowanej techniki prezentacji i rozwiązania problemu decyzyjnego z wykorzystaniem macierzy wypłat, inną techniką ułatwiającą równocześnie śledzenie kolejnych kroków w rozwiązywaniu problemu decyzyjnego, jest tzw. drzewo decyzyjne [3,5], które stanowi graficzną prezentację wszystkich niezbędnych elementów problemu decyzyjnego, czyli: dopuszczalnych decyzji, stanów natury i ich prawdopodobieństw oraz możliwych wypłat (lub strat możliwości). W rozmiarowo większych problemach decyzyjnych bardziej czytelną formą rozwiązania są jednak metody wykorzystujące macierze wypłat.

Literatura

1. Szymszal J., Gajdzik B., Piątkowski J.: Logistyka w przedsiębiorstwie. Wybrane metody jakościowe i ilościowe w sektorze hutniczym. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011.
2. Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000.
3. Trzaskalik T.: Wprowadzenie do badań operacyjnych w komputerem. PWE, Warszawa 2003.
4. Sadowski W.: Decyzje i prognozy. PWE, Warszawa 1977.
5. Kopańska Bródka D.: Wprowadzenie do badań operacyjnych. Wyd. AE, Katowice, 1998.
6. Grzybowska K.: Podstawy logistyki. Wyd. Difin, Warszawa, 2009.
7. Maliński M., Szymszal J.: Współczesna statystyka matematyczna w medycynie w arkuszach kalkulacyjnych. Wyd. Śl. Akad. Med., Katowice 1999.

Dr hab. inż. Jan SZYMSZAL, prof. nadzw. Pol. Śl.
Dr inż. Monika ŻELICHOWSKA,
Mgr inż. Jakub KRÓL
Katedra Inżynierii Produkcji
Politechnika Śląska,
40-019 Katowice, ul. Krasińskiego 8
tel./fax.: (032) 6034486
e-mail: jan.szymszal@polsl.pl
monika.żelichowska@polsl.pl
jakubkrol88@gmail.com