

# METODYKA I MODELE MATEMATYCZNE Z CZASEM CIĄGŁYM ANALIZY EFEKTYWNOŚCI TECHNICZNO- -EKONOMICZNEJ MODERNIZACJI CIEPŁOWNI I ELEKTROCIEPŁOWNI

Ryszard BARTNIK, Zbigniew BURYŃ, Anna HNYDIUK-STEFAN,  
Adam JUSZCZAK

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono oryginalną metodykę oraz modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej modernizacji istniejących ciepłowni i elektrociepłowni.

**Słowa kluczowe:** ciepłownia, elektrociepłownia, modernizacja, efektywność techniczno-ekonomiczna, modele matematyczne z czasem ciągłym.

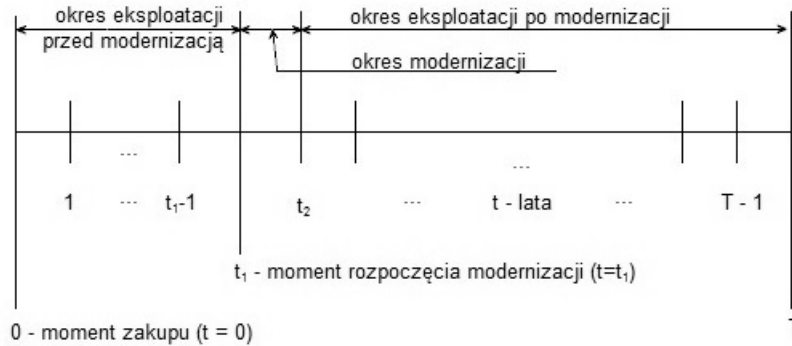
## 1. Wprowadzenie

W [1] przedstawiono oryginalną metodykę i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej nowo budowanych ciepłowni i elektrociepłowni. W niniejszej pracy przedstawiono metodykę i modele matematyczne analizy efektywności techniczno-ekonomicznej modernizacji już istniejących źródeł ciepła i energii elektrycznej. Są one uogólnieniem metodyki i modeli matematycznych dla elektrowni zaprezentowanych w monografii [2]. Przeprowadzenie wielowariantowych, techniczno-ekonomicznych obliczeń za pomocą przedstawionych modeli pozwoli znaleźć odpowiedzi m.in. na następujące pytania. Do jakich technologii należy modernizować istniejące ciepłownie i elektrociepłownie oraz jak na wybór tej technologii wpływają wartości oraz, co ważne, zmiany w czasie relacji cenowych pomiędzy nośnikami energii? Jak na wybór wpływają także wartości i zmiany w czasie jednostkowych, taryfowych opłat za korzystanie ze środowiska naturalnego oraz koszt zakupu pozwoleń na emisję CO<sub>2</sub>?

## 2. Metodyka i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej modernizacji ciepłowni i elektrociepłowni

Jak już wyżej zaznaczono, w [1] przedstawiono metodykę i modele matematyczne analizy efektywności techniczno-ekonomicznej nowo budowanych elektrociepłowni. W niniejszej przedstawiono metodykę i modele służące do analizy modernizacji już istniejących źródeł ciepła. Na rys. 1. przedstawiono diagram czasowy, jakim posłużono się do zbudowania tych modeli.

Przedziały czasu  $\langle 0, t_1 \rangle$ ,  $\langle t_1, t_2 \rangle$ ,  $\langle t_2, T \rangle$  reprezentują kolejno lata eksploatacji ciepłowni i elektrociepłowni przed, w trakcie i po jej modernizacji. Gdy w przedstawionych modelach w przedziale czasu  $\langle 0, t_1 \rangle$  podstawą się za produkcję energii elektrycznej wartość zero, to dotyczą one wówczas zmodernizowanych ciepłowni, gdy podstawą się natomiast w nich za produkcję ciepła wartość zero, otrzymuje się modele dla elektrowni.



Rys. 1. Diagram czasowy pracy zmodernizowanej ciepłowni i elektrociepłowni

Fundamentalną zależnością, za pomocą której wyznacza się efektywność techniczno-ekonomiczną modernizacji ciepłowni i elektrociepłowni z uwzględnieniem nakładów inwestycyjnych  $J_M$  na tę modernizację jest równanie na całkowity zysk zdyskontowany  $NPV$ , jaki osiąga się z ich eksploatacji przez okres  $T$  lat [2–6]:

$$\begin{aligned}
 NPV = & \int_0^{t_1} [F + A + (S - K_e - F - A)(1 - p)] e^{-rt} dt + \\
 & + \int_{t_1}^{t_2} [F + A + F^M + A^M + (S^M - K_e^M - F - A - F^M - A^M)(1 - p)] e^{-rt} dt + \\
 & + \int_{t_2}^T [F + A + F^M + A^M + (S^{\text{mod}} - K_e^{\text{mod}} - F - A - F^M - A^M)(1 - p)] e^{-rt} dt + \\
 & - \int_0^T (F + R) e^{-rt} dt - \int_{t_1}^T (F^M + R^M) e^{-rt} dt \rightarrow \max.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Całkując równanie (1) przy zachowaniu takich samych oznaczeń i scenariuszy zmian w czasie kosztów eksploatacji i kapitałowych oraz przychodów jak w pracach [2–6], otrzymuje się równanie na całkowity zysk zdyskontowany  $NPV$ :

$$\begin{aligned}
NPV = & \left\{ \left[ E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el}-r} \left[ e^{(a_{el}-r)t_1} - 1 \right] + Q_R e_c^{t=0} \frac{1}{a_c-r} \left[ e^{(a_c-r)t_1} - 1 \right] + \right. \right. \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal}-r} \left[ e^{(a_{pal}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} P_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2}-r} \left[ e^{(a_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} P_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO}-r} \left[ e^{(a_{CO}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} P_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x}-r} \left[ e^{(a_{NO_x}-r)t_1} - 1 \right] - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} P_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2}-r} \left[ e^{(a_{SO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pyl} P_{pyl}^{t=0} \frac{1}{a_{pyl}-r} \left[ e^{(a_{pyl}-r)t_1} - 1 \right] - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1-u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2}-r} \left[ e^{(b_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& - J(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} (1 - e^{-rt_1}) - J_0 \left[ 1 + \frac{1}{T} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-rt_1} \right] \left. \right\} + \\
& + \left\{ E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M-r} \left[ e^{(a_{el}^M-r)t_2} - e^{(a_{el}^M-r)t_1} \right] + Q_R^M e_c^{M,t=t_1} \frac{1}{a_c^M-r} \left[ e^{(a_c^M-r)t_2} - e^{(a_c^M-r)t_1} \right] + \right. \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pal}^M-r} \left[ e^{(a_{pal}^M-r)t_2} - e^{(a_{pal}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{CO_2} P_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO_2}^M-r} \left[ e^{(a_{CO_2}^M-r)t_2} - e^{(a_{CO_2}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{CO} P_{CO}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO}^M-r} \left[ e^{(a_{CO}^M-r)t_2} - e^{(a_{CO}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{NO_x} P_{NO_x}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{NO_x}^M-r} \left[ e^{(a_{NO_x}^M-r)t_2} - e^{(a_{NO_x}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{SO_2} P_{SO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{SO_2}^M-r} \left[ e^{(a_{SO_2}^M-r)t_2} - e^{(a_{SO_2}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{pyl} P_{pyl}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pyl}^M-r} \left[ e^{(a_{pyl}^M-r)t_2} - e^{(a_{pyl}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} (1-u^M) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{b_{CO_2}^M-r} \left[ e^{(b_{CO_2}^M-r)t_2} - e^{(b_{CO_2}^M-r)t_1} \right] + \\
& - \frac{(J + J_M)(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}^M}{r} (e^{-nt_1} - e^{-nt_2}) - J_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-nt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T} \right) e^{-nt_2} \right] + \\
& \left. - J_M \left[ \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_1}{T-t_1} \right) e^{-nt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_2}{T-t_1} \right) e^{-nt_2} \right] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ E_{el,R}^{\text{mod}} e_{el}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + Q_R^{\text{mod}} e_c^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_c^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_c^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_c^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \right. \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pal}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{pal}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{pal}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{CO_2} P_{CO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{CO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{CO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{CO} P_{CO}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{CO}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{CO}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{NO_x} P_{NO_x}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{NO_x}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{NO_x}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{NO_x}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{SO_2} P_{SO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{SO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{SO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{SO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{pyl} P_{pyl}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pyl}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{pyl}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{pyl}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} (1 - u^{\text{mod}}) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{b_{CO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(b_{CO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(b_{CO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& - \frac{(J + J_M)(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}^{\text{mod}}}{r} (e^{-rt_2} - e^{-rT}) - J_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T} \right) e^{-rt_2} - \frac{1}{T} e^{-rT} \right] + \\
& - J_M \left[ \left( 1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{t_2}{(T - t_1)} \right) e^{-rt_2} - \left( 1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{T}{(T - t_1)} \right) e^{-rT} \right] \Bigg\} (1 - p)
\end{aligned} \tag{2}$$

przy czym  $J_0$  oznaczają zdyskontowane na moment zakończenia budowy ciepłowni lub elektrociepłowni nakłady  $J$  poniesione na ich budowę w okresie  $b$  lat trwania,  $J_0 = Jz$  [3].

## 2.1. Jednostkowy koszt produkcji ciepła z uwzględnieniem nakładów inwestycyjnych na modernizację ciepłowni i elektrociepłowni

Równoważnym dla kryterium  $NPV \rightarrow \max$  poszukiwania optymalnej technologii modernizacji ciepłowni i elektrociepłowni jest kryterium minimalizacji średniego jednostkowego kosztu  $k_{c,\dot{s}r}$  produkcji w nich ciepła w okresie  $T$  lat ich eksploatacji. Koszt ten wyznacza się z (2) z warunku  $NPV = 0$  przy  $a_c = a_c^M = a_c^{\text{mod}} = 0$ :

$$\begin{aligned}
k_{c,sr} = & \left\{ -E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el}-r} \left[ e^{(a_{el}-r)t_1} - 1 \right] + \right. \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal}-r} \left[ e^{(a_{pal}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} P_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2}-r} \left[ e^{(a_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} P_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO}-r} \left[ e^{(a_{CO}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} P_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x}-r} \left[ e^{(a_{NO_x}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} P_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2}-r} \left[ e^{(a_{SO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pyl} P_{pyl}^{t=0} \frac{1}{a_{pyl}-r} \left[ e^{(a_{pyl}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1-u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2}-r} \left[ e^{(b_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + J(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} (1 - e^{-rt_1}) + J_0 \left[ 1 + \frac{1}{T} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-rt_1} \right] + \\
& - E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M - r} \left[ e^{(a_{el}^M - r)t_2} - e^{(a_{el}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pal}^M - r} \left[ e^{(a_{pal}^M - r)t_2} - e^{(a_{pal}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{CO_2} P_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO_2}^M - r} \left[ e^{(a_{CO_2}^M - r)t_2} - e^{(a_{CO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{CO} P_{CO}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO}^M - r} \left[ e^{(a_{CO}^M - r)t_2} - e^{(a_{CO}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{NO_x} P_{NO_x}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{NO_x}^M - r} \left[ e^{(a_{NO_x}^M - r)t_2} - e^{(a_{NO_x}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{SO_2} P_{SO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{SO_2}^M - r} \left[ e^{(a_{SO_2}^M - r)t_2} - e^{(a_{SO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} \rho_{pyl} P_{pyl}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pyl}^M - r} \left[ e^{(a_{pyl}^M - r)t_2} - e^{(a_{pyl}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M} (1-u^M) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{b_{CO_2}^M - r} \left[ e^{(b_{CO_2}^M - r)t_2} - e^{(b_{CO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{(J + J_M)(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}^M}{r} (e^{-rt_1} - e^{-rt_2}) + J_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-rt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T} \right) e^{-rt_2} \right] + \\
& + J_M \left[ \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_1}{T-t_1} \right) e^{-rt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_2}{T-t_1} \right) e^{-rt_2} \right] + \\
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -E_{el,R}^{\text{mod}} e_{el}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pal}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{pal}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{pal}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{CO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{CO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{CO} p_{CO}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{CO}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{CO}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{NO_x}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{NO_x}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{NO_x}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{SO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{SO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{SO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} \rho_{pyl} p_{pyl}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pyl}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{pyl}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{pyl}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{\text{mod}} + Q_R^{\text{mod}}}{\eta_c^{\text{mod}}} (1 - u^{\text{mod}}) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{b_{CO_2}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(b_{CO_2}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(b_{CO_2}^{\text{mod}} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{(J + J_M)(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}^{\text{mod}}}{r} (e^{-rt_2} - e^{-rT}) + J_0 \left[ \left(1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T}\right) e^{-rt_2} - \frac{1}{T} e^{-rT} \right] + \\
& + J_M \left[ \left(1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{t_2}{(T - t_1)}\right) e^{-rt_2} - \left(1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{T}{(T - t_1)}\right) e^{-rT} \right] \Bigg\} \times \\
& \times \frac{r}{Q_R(1 - e^{-rt_1}) + Q_R^M(e^{-rt_1} - e^{-rt_2}) + Q_R^{\text{mod}}(e^{-rt_2} - e^{-rT})} \rightarrow \min.
\end{aligned} \tag{3}$$

Przychody ze sprzedaży energii elektrycznej wyprodukowanej w elektrociepłowni ze znakiem minus  $-E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r} \left[ e^{(a_{el} - r)t_1} - 1 \right]$ ,  $-E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M - r} \left[ e^{(a_{el}^M - r)t_2} - e^{(a_{el}^M - r)t_1} \right]$ ,  $-E_{el,R}^{\text{mod}} e_{el}^{\text{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{\text{mod}} - r} \left[ e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)T} - e^{(a_{el}^{\text{mod}} - r)t_2} \right]$  stanowią koszt uniknięty produkcji ciepła w elektrociepłowni.

Najczęściej ze względu na zawarte umowy ilość ciepła dostarczana odbiorcom jest stała, a tym samym  $Q_R = Q_R^M = Q_R^{\text{mod}}$ . W wyniku modernizacji ciepłowni lub elektrociepłowni (modernizacji kotłów, turbin, układów chłodzenia itd. czy przez nadbudowę ciepłowni lub elektrociepłowni turbiną gazową), nawet w sytuacji gdy  $Q_R = \text{const}$ , wzrasta w nich produkcja energii elektrycznej. Jej wzrost zależy od zakresu i sposobu modernizacji. W przypadku modernizacji z wykorzystaniem turbin gazowych sprzedaż energii elektrycznej z elektrociepłowni może wzrosnąć nawet prawie dwukrotnie.

Uwzględniając powyższe uwagi i wprowadzając do (3) roczny wskaźnik skojarzenia  $\sigma_R = E_{el,R}/Q_R$  oraz roczny czas  $\tau_s$  wykorzystania maksymalnej mocy cieplnej (tj.

znamionowej) ciepłowni lub elektrociepłowni  $\dot{Q}_{c\max}^{ec}$  ( $\tau_s = Q_R / \dot{Q}_{c\max}^{ec}$ ) [1, 7], średni jednostkowy koszt produkcji w nich ciepła można przedstawić w postaci bezwymiarowej dzieląc go na przykład obustronnie przez aktualną jednostkową cenę energii elektrycznej  $e_{el}^{t=0}$ :

$$\begin{aligned}
\frac{k_{c,sr}}{e_{el}^{t=0}} = & \left\{ -\frac{\sigma_R}{a_{el}-r} \left[ e^{(a_{el}-r)t_1} - 1 \right] + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} (1+x_{wu,m,od}) \frac{e_{pal}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pal}-r} \left[ e^{(a_{pal}-r)t_1} - 1 \right] + \right. \\
& + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} \frac{\rho_{CO_2} P_{CO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO_2}-r} \left[ e^{(a_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} \frac{\rho_{CO} P_{CO}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO}-r} \left[ e^{(a_{CO}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} \frac{\rho_{NO_x} P_{NO_x}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{NO_x}-r} \left[ e^{(a_{NO_x}-r)t_1} - 1 \right] + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} \frac{\rho_{SO_2} P_{SO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{SO_2}-r} \left[ e^{(a_{SO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} \frac{\rho_{pyl} P_{pyl}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pyl}-r} \left[ e^{(a_{pyl}-r)t_1} - 1 \right] + \frac{\sigma_R+1}{\eta_c} (1-u) \frac{\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{b_{CO_2}-r} \left[ e^{(b_{CO_2}-r)t_1} - 1 \right] + \\
& + (1+x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem} i}{\tau_s e_{el}^{t=0} r} (1-e^{-rt_1}) + \frac{zi}{\tau_s e_{el}^{t=0}} \left[ 1 + \frac{1}{T} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-rt_1} \right] + \\
& - \frac{e_{el}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{\sigma_R^M}{a_{el}^M - r} \left[ e^{(a_{el}^M - r)t_2} - e^{(a_{el}^M - r)t_1} \right] + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} (1+x_{wu,m,od}) \frac{e_{pal}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pal}^M - r} \left[ e^{(a_{pal}^M - r)t_2} - e^{(a_{pal}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} \frac{\rho_{CO_2} P_{CO_2}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO_2}^M - r} \left[ e^{(a_{CO_2}^M - r)t_2} - e^{(a_{CO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} \frac{\rho_{CO} P_{CO}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO}^M - r} \left[ e^{(a_{CO}^M - r)t_2} - e^{(a_{CO}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} \frac{\rho_{NO_x} P_{NO_x}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{NO_x}^M - r} \left[ e^{(a_{NO_x}^M - r)t_2} - e^{(a_{NO_x}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} \frac{\rho_{SO_2} P_{SO_2}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{SO_2}^M - r} \left[ e^{(a_{SO_2}^M - r)t_2} - e^{(a_{SO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} \frac{\rho_{pyl} P_{pyl}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pyl}^M - r} \left[ e^{(a_{pyl}^M - r)t_2} - e^{(a_{pyl}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^M + 1}{\eta_c^M} (1-u^M) \frac{\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{M,t=t_1}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{b_{CO_2}^M - r} \left[ e^{(b_{CO_2}^M - r)t_2} - e^{(b_{CO_2}^M - r)t_1} \right] + \\
& + \frac{(i+i_M)(1+x_{pl,p,ub})\delta_{rem}^M}{\tau_s r e_{el}^{t=0}} (e^{-rt_1} - e^{-rt_2}) + \frac{zi}{\tau_s e_{el}^{t=0}} \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_1}{T} \right) e^{-rt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T} \right) e^{-rt_2} \right] + \\
& + \frac{i_M}{\tau_s e_{el}^{t=0}} \left[ \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_1}{T-t_1} \right) e^{-rt_1} - \left( 1 + \frac{1}{T-t_1} - \frac{t_2}{T-t_1} \right) e^{-rt_2} \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{e_{el}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{\sigma_R^{mod}}{a_{el}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{el}^{mod} - r)T} - e^{(a_{el}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} (1 + x_{wu,m,od}) \frac{e_{pal}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pal}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{pal}^{mod} - r)T} - e^{(a_{pal}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} \rho_{CO_2} \frac{p_{CO_2}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO_2}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{CO_2}^{mod} - r)T} - e^{(a_{CO_2}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} \rho_{CO} \frac{p_{CO}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{CO}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{CO}^{mod} - r)T} - e^{(a_{CO}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} \rho_{NO_x} \frac{p_{NO_x}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{NO_x}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{NO_x}^{mod} - r)T} - e^{(a_{NO_x}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} \rho_{SO_2} \frac{p_{SO_2}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{SO_2}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{SO_2}^{mod} - r)T} - e^{(a_{SO_2}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} \rho_{pyl} \frac{p_{pyl}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{a_{pyl}^{mod} - r} \left[ e^{(a_{pyl}^{mod} - r)T} - e^{(a_{pyl}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{\sigma_R^{mod} + 1}{\eta_c^{mod}} (1 - u^{mod}) \rho_{CO_2} \frac{e_{CO_2}^{mod,t=t_2}}{e_{el}^{t=0}} \frac{1}{b_{CO_2}^{mod} - r} \left[ e^{(b_{CO_2}^{mod} - r)T} - e^{(b_{CO_2}^{mod} - r)t_2} \right] + \\
& + \frac{(i + i_M)(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}^{mod}}{\tau_s r e_{el}^{t=0}} (e^{-rt_2} - e^{-rT}) + \frac{zi}{\tau_s e_{el}^{t=0}} \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{t_2}{T} \right) e^{-rt_2} - \frac{1}{T} e^{-rT} \right] + \\
& + \frac{i_M}{\tau_s e_{el}^{t=0}} \left[ \left( 1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{t_2}{(T - t_1)} \right) e^{-rt_2} - \left( 1 + \frac{1}{T - t_1} - \frac{T}{(T - t_1)} \right) e^{-rT} \right] \left. \right\} \frac{r}{1 - e^{-rT}}
\end{aligned} \tag{4}$$

gdzie:

$i$  – jednostkowy (na jednostkę mocy) nakład inwestycyjny na ciepłownię lub elektrociepłownię,  $i = J / \dot{Q}_{c \max}^{ec}$ ,

$i_M$  – jednostkowy (na jednostkę mocy) nakład inwestycyjny na modernizację ciepłowni lub elektrociepłowni,  $i_M = J_M / \dot{Q}_{c \max}^{ec}$ , (jego wartość zależy od zastosowanej technologii modernizacji).

W przypadku gdy modernizacji podlegała ciepłownia, za roczny wskaźnik skojarzania  $\sigma_R$  w przedziale czasu  $\langle 0, t_1 \rangle$  należy podstawić wartość zero.

W równaniach (2)–(4) nie uwzględniono przychodów z tytułu sprzedaży praw majątkowych wynikających z tzw. świadectw pochodzenia energii elektrycznej wytworzonej w wysokosprawnej kogeneracji. Zostały one wprowadzone, jak już zaznaczono we wstępie, jako wsparcie dla wytwarzania energii elektrycznej w źródłach kogeneracyjnych w wyniku obowiązku implementacji Dyrektywy CHP 2004/8/WE Parlamentu Europejskiego do krajowego Prawa energetycznego. Liczbę świadectw ustala się przez obliczenie wskaźnika PES (*Primary Energy Saving*), tj. wskaźnika oszczędności w zużyciu energii chemicznej paliw pierwotnych. Aby uzyskać świadectwa, oszczędności w gospodarce skojarzonej muszą być wyższe o co najmniej 10% od zużycia paliw przy



wytworzeniu tej samej ilości ciepła i energii elektrycznej w gospodarce rozdzielonej [8]. Dodatkowy przychód ze świadectw teoretycznie ma obniżyć jednostkowy koszt ciepła  $k_{c,śr}$ . W praktyce jednak można się spodziewać, że będzie odwrotnie, i dlatego w analizach ekonomicznych świadomie pominięto efekt dotacji. Wszelakie bowiem sztuczne, zależące od polityków ekonomiczne elementy wsparcia finansowego układów skojarzonych, które to koszty ponoszą podatnicy, a nie politycy, prowadzą wyłącznie do różnego rodzaju wynaturzeń, by nie powiedzieć dobitnie, do patologii, których koszty finansowe w konsekwencji poniosą odbiorcy ciepła. Na dotacjach zarobią natomiast dostawcy paliw, mogący wówczas podnieść ich ceny (skoro są dotacje, dlaczego nie mieliby tego zrobić i na tym nie zarobić?!), producenci wybranych urządzeń energetycznych, nowo powołani urzędnicy do rozdziału dotacji i, co gorsze, skorumpowani politycy. Dotacje nakręcają więc spiralę wzrostu cen i podniosą cenę ciepła powyżej tej, jaka byłaby bez nich. Ponadto łaska polityków jest koniunkturalna. Raz jest, a za chwilę może jej nie być. Mało tego, układy skojarzone, i nie tylko one, w gospodarce rynkowej powinny „bronić” się same. Co więcej, elementy wsparcia wyłącznie bardzo mocno fałszują w społeczeństwie obraz procesów termodynamicznych i technologii energetycznych, chociaż z założenia mają służyć ich racjonalizacji. Na przykład w najwyższym stopniu fałszerstwem, wręcz patologią, jest promowanie i dotowanie tzw. odnawialnych źródeł energii (OZE), turbozespołów wiatrowych i instalacji fotowoltaicznych (w Polsce dopłaty do OZE w postaci zielonych certyfikatów w ciągu 15 lat od 2006 do roku 2020 to 78 mld PLN; od roku 2020 będzie to 10 mld PLN rocznie [12]). Ilość wytwarzanej w nich rocznie energii elektrycznej z uwagi na bardzo krótkie roczne czasy ich pracy jest znikoma (czas pracy źródeł wiatrowych w warunkach polskich wynosi zaledwie ok. 1500–2000 h/a), szczególnie fotoogniw (czas ich pracy w ciągu roku w Polsce to zaledwie ok. 750 godzin), co przy bardzo wysokich nakładach inwestycyjnych na nie czyni wyprodukowaną w nich elektryczność bardzo drogim, luksusowym towarem [10]. Na przykład w Niemczech, gdzie moc zainstalowana w turbozespołach wiatrowych wynosi 36 000 MW, w instalacjach fotowoltaicznych 38 000 MW, a więc ich łączna moc równa jest mocy niemieckich elektrowni (węglowych, jądrowych i gazowych; polskie elektrownie to 24 000 MW), to roczna produkcja w nich energii elektrycznej wynosi zaledwie ok. 3% rocznych potrzeb, jest zatem bezużyteczna [11]. Pozostałe 97% potrzeb jest zaspokajane z elektrowni. Oczywiście, właściciele źródeł OZE (m.in. przywódcy niemieckiej partii zielonych), którzy otrzymują z budżetu państwa 28 miliardów euro dotacji rocznie (dotacje te wzrosną na przestrzeni najbliższych lat do 31 mld €/rok), mocno nagłaśniają wyłącznie ekstremalne dane chwilowe, tj. gdy akurat wieje wiatr na całym obszarze Niemiec z odpowiednią prędkością i świeci słońce, i podają, że produkcja w nich energii elektrycznej wynosi 70–80% potrzeb, nie dodając przy tym, że jest to sytuacja ekstremalna, absolutnie wyjątkowa i chwilowa, zatem wyjątkowo tendencyjnie fałszują wielkości produkowanej w nich energii elektrycznej. Twierdzą przy tym, aby dodatkowo chronić i bronić otrzymywanie dla siebie tak ogromnych pieniędzy, że klimat się ociepla i OZE są na to ratunkiem, co z uwagi na powyższe jest absolutnym kłamstwem. Bardzo interesującą pozycją zadającą kłam ociepleniu klimatu jest pozycja [13]. Racjonalnym technicznie i ekonomicznie rozwiązaniem jest budowa elektrowni jądrowych [10, 11, 12]. Niemcy z powodu OZE płacą dwa razy więcej za energię elektryczną niż na przykład Francuzi, którzy mają energię z atomu. Z tego powodu, a także z uwagi na przeogromne zaśmiecenie środowiska tymi instalacjami, Niemcy oraz eksperci i naukowcy niemieccy domagają się likwidacji turbozespołów wiatrowych i ogniw fotowoltaicznych [11].

Niestety, niemiecka *Energiewende* to rak, którego Niemcy wszczepili także Polsce. Zrobili to za pomocą pakietu klimatyczno-energetycznego i, co najgorsze, przy pomocy polskich polityków, którzy go podpisali w 2008 r. z katastrofalnymi konsekwencjami dla kraju [10].

Wsparciem natomiast na przykład dla jedno- i dwupaliwowych wysokosprawnych kogeneracyjnych układów gazowo-parowych, charakteryzujących się, co szalenie ważne, największym wskaźnikiem skojarzenia, tj. produkcji energii elektrycznej w stosunku do produkcji ciepła [1, 7], powinna być wyłącznie rynkowa, a nie polityczna cena gazu. A niestety, to polityka odgrywa kluczową rolę przy jej ustalaniu. Importowany gaz z Rosji w Polsce jest istotnie droższy, bo aż o ok. 40%, od ceny tego samego gazu w Niemczech. Tak wysoka cena powoduje nieopłacalność ekonomiczną elektrociepłowni gazowo-parowych. A przecież, jak już zaznaczono, wielokrotnie większa w nich w porównaniu z elektrociepłowniami parowymi produkcja energii elektrycznej, najszlachetniejszej postaci energii, bez której współczesne życie jest wręcz niewyobrażalne, powinna być powodem w miarę częstego ich stosowania. Tym bardziej, że przewidywany wzrost zużycia energii elektrycznej w Polsce jest bardzo duży. W tej chwili jej zużycie w kraju per capita jest ok. dwa razy mniejsze od zużycia w krajach „starej” 15. Unii Europejskiej, a w porównaniu z krajami skandynawskimi aż 4 razy [12].

### 3. Podsumowanie

Zaprezentowane modele matematyczne z czasem ciągłym pozwalają na szeroką analizę techniczno-ekonomiczną modernizacji gospodarki ciepłno-elektrycznej w ciepłowniach i elektrociepłowniach. Wykonane za ich pomocą wielowariantowe obliczenia pozwolą m.in. odpowiedzieć na następujące pytania. W jakie technologie skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej należy inwestować w modernizowanych źródłach? W jakim stopniu na wybór technologii i ich opłacalność ekonomiczną wpływają ceny nośników energii, jednostkowe taryfy opłat za zanieczyszczanie środowiska naturalnego, a także, co istotne, zmiany ich wartości w czasie? Co więcej, jak na ten wybór wpływają cena zakupu pozwoleń na emisję CO<sub>2</sub> oraz nakłady inwestycyjne na poszczególne technologie?

### Literatura

1. Bartnik R., Buryn Z., Hnydiuk-Stefan A., Juszczak A.: *Metodyka i modele matematyczne z czasem ciągłym poszukiwania optymalnej strategii inwestowania w źródła ciepła*. Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją. Opole 2017
2. Bartnik R., Bartnik B., Hnydiuk-Stefan A.: *Optimum Investment Strategy in the Power Industry. Mathematical Models*, Wydawnictwo Springer, New York 2016
3. Bartnik R., Bartnik B.: *Rachunek ekonomiczny w energetyce*, WNT, Warszawa 2014
4. Bartnik R., Bartnik B., Duczkowska-Kądziel A.: *A formulate of problem of seeking an optimum investment strategy in power engineering*, *Energetyka*, nr 4, 2014
5. Bartnik R., Bartnik B.: *Model matematyczny poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce*, *Energetyka*, nr 1, 2015
6. Bartnik R.: *Poszukiwanie optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce. Metodyka i wyniki przykładowych obliczeń*, *Energetyka*, nr 10, 2015
7. Bartnik R.: *Elektrownie i elektrociepłownie gazowo-parowe. Efektywność*

- energetyczna i ekonomiczna, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009 (dodruk 2012).
8. Bartnik R., Buryń Z.: Conversion of Coal-Fired Power Plants to Cogeneration and Combined-Cycle. Thermal and Economic Effectiveness, Wydawnictwo Springer, London 2011.
  9. Projekt dokumentu „Polityka energetyczna Polski do 2030 roku.” Dokument przyjęty przez Radę Ministrów w dniu 10 listopada 2009 roku, Warszawa, 10 listopada 2009 r.
  10. Bartnik R., Hnydiuk-Stefan A.: Analiza ekonomiczna jednostkowych kosztów produkcji elektryczności w różnych technologiach jej wytwarzania, Energetyka, nr 5, 2016
  11. Strupczewski A.: Atom to najlepszy wybór dla polski – potwierdzają to analizy i praktyka, Postępy Techniki Jądrowej vol. 59 z. 1, Warszawa 2016
  12. Chmielewski A., G., Smoliński T.: Polityka energetyczna wybranych krajów Europy, rola energetyki jądrowej, Instal 2/2015
  13. <http://www.klubinteligencjiipolskiej.pl/2015/09/OCIEPLENIE-KLIMATU-TO-KLAMSTWO-WYMIERZONE-W-NASZA-CYWILIZACJE/>

Prof. dr hab. inż. Ryszard BARTNIK

Dr inż. Zbigniew BURYŃ

Dr inż. Anna HNYDIUK-STEFAN

Instytut Innowacyjności Procesów i Produktów/Katedra Zarządzania Energetyką

Politechnika Opolska/Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki

45-758 Opole, ul. Ozimska 75

e-mail: r.bartnik@po.opole.pl

z.buryn@po.opole.pl

a.hnydiuk-stefan@po.opole.pl

Mgr inż. Adam JUSZCZAK

ArcelorMittal Poland S.A. Oddział Zdieszowice

Doktorant Studiów Doktoranckich na Wydziale Mechanicznym Politechniki Opolskiej

e-mail: a.juszczak74@o2.pl