

# **METODYKA I MODELE MATEMATYCZNE Z CZASEM CIĄGŁYM POSZUKIWANIA OPTYMALNEJ STRATEGII INWESTOWANIA W ŹRÓDŁA CIEPŁA**

**Ryszard BARTNIK, Zbigniew BURYŃ, Anna HNYDIUK-STEFAN,  
Adam JUSZCZAK**

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono oryginalną metodykę i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej nowo budowanych ciepłowni i elektrociepłowni.

**Słowa kluczowe:** strategia inwestycyjna, modelowanie matematyczne, mierniki NPV, IRR, DPBP, jednostkowy koszt produkcji ciepła, zapis z czasem ciągłym.

## **1. Wprowadzenie**

W pracy przedstawiono, co istotne, oryginalną metodykę i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej nowo budowanych skojarzonych źródeł ciepła i energii elektrycznej. Zaprezentowane modele mają charakter ogólny. Gdy podstawą się bowiem w nich za produkcję ciepła wartość zero, otrzymuje się modele dla elektrowni [1], gdy natomiast wyzeruje się produkcję energii elektrycznej, otrzymuje się modele dla ciepłowni.

Przeprowadzenie wielowariantowych techniczno-ekonomicznych analiz za pomocą przedstawionych modeli pozwoli znaleźć odpowiedzi na pytanie, w jakie technologie skojarzonej produkcji ciepła i energii elektrycznej należy inwestować.

## **2. Metodyka z czasem ciągłym poszukiwania optymalnej strategii inwestowania w źródła ciepła**

Głównym celem prowadzenia każdej działalności gospodarczej jest przynoszenie zysku. Aby go osiągnąć konieczne są odpowiednie strategie inwestycyjne. Strategie inwestycyjne to decyzje, które mają fundamentalny wpływ na kondycję finansową inwestorów. Oznaczają ponoszenie nakładów, wiążą na wiele lat środki przeznaczone na ich finansowanie, przynoszą efekty z pewnym opóźnieniem, charakteryzują się ryzykiem. Podejmując decyzję inwestycyjną należy w sposób niezwykle uważny przeanalizować każdy z rozważanych projektów inwestycyjnych w celu dokonania właściwej oceny i właściwego wyboru, uwzględniając przy tym różne elementy tych projektów, w tym w pierwszym rzędzie aspekty ryzyka i niepewności, zwłaszcza w niestabilnych warunkach gospodarczych. Finansowa opłacalność jest więc dla inwestora najważniejszym kryterium oceny inwestycji. Oznacza to, że przed podjęciem decyzji o zaangażowaniu środków kapitałowych inwestor musi mieć pewność, że stopa zwrotu zainwestowanego kapitału będzie odpowiednio duża. Jeśli tak nie będzie, inwestor nie podejmie żadnej decyzji inwestycyjnej. Odpowiedź na pytanie, jak duża jest opłacalność ekonomiczna inwestycji w źródła ciepła i energii elektrycznej, i nie tylko, dają obliczone dla niej wartości

dyskontowych mierników oceny efektywności ekonomicznej, tj. mierników uwzględniających zmianę wartości pieniądza w czasie i ujmujące korzyści finansowe w kategorii przepływów pieniężnych. To wartości tych mierników, które zależą od wysokości kosztów wytwarzania ciepła w elektrociepłowni i wysokości przychodu ze sprzedaży wyprodukowanej w nich energii elektrycznej (przychód ten, to tzw. koszt uniknięty produkcji ciepła), decydują o strategii inwestycyjnej w skojarzone źródła ciepła i energii elektrycznej (wysokość kosztów i wysokość produkcji energii elektrycznej zależą od technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i elektryczności). Wspomniane mierniki to całkowity zysk netto  $NPV$  osiągnięty przez wszystkie lata eksploatacji elektrociepłowni przeliczony na chwilę aktualną, oprocentowanie  $IRR$  jakie przynosi zainwestowany kapitał oraz dynamiczny okres jego zwrotu  $DPBP$ . W literaturze przedmiotu mierniki te do tej pory przedstawiane były wyłącznie za pomocą zapisów dyskretnych, za pomocą szeregów, i tylko w tej postaci były stosowane. I tak całkowity zysk netto zdefiniowany był wzorem [1, 2]:

$$NPV = \sum_{t=1}^N \frac{CF_{t,netto}}{(1+r)^t} - J_0, \quad (1)$$

i za jego pomocą przy założeniu, że  $NPV = 0$  definiowane były mierniki  $IRR$  i  $DPBP$ :

$$\sum_{t=1}^N \frac{CF_{t,brutto}}{(1+IRR)^t} = J_0, \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{DPBP} \frac{CF_{t,netto}}{(1+r)^t} = J_0, \quad (3)$$

gdzie:

$CF_{t,netto}$  – przepływy pieniężne (*Cash Flow*) netto w kolejnych latach, będące różnicą między przychodami  $S_R$  ze sprzedaży produktów (np. energii elektrycznej i ciepła) i wydatkami (kosztami eksploatacji  $K_e$  oraz podatkiem dochodowym od zysku

brutto  $P$ , oczywiście bez kosztów amortyzacji, nie są one bowiem wydatkiem w trakcie

trwania eksploatacji; amortyzacja we wzorach (1)–(3) to oczywiście  $J_0$ );

$$CF_{t,netto} = S_R - K_e - P [1, 2],$$

$CF_{t,brutto}$  – przepływy pieniężne brutto; przepływy brutto nie uwzględniają podatku dochodowego;  $CF_{t,brutto} = S_R - K_e$ ,

$J_0$  – zdyskontowane na chwilę rozpoczęcia eksploatacji elektrociepłowni  $t = 0$  nakłady inwestycyjne  $J$  poniesione na jej budowę (nakłady  $J_0$  muszą być oczywiście zwrócone, tj. zamortyzowane),

$N$  – wyrażony w latach kalkulatoryjny okres eksploatacji elektrociepłowni,

$r$  – stopa dyskonta (oprocentowania kapitału),

$t$  – kolejne lata eksploatacji elektrociepłowni,  $t = 1, 2, \dots, N$ .

Zdyskontowane nakłady  $J_0$  po prawej stronie wzoru (2) zgodnie z definicją stopy  $IRR$  są również jej funkcją [2].

Zapisy mierników  $NPV$ ,  $IRR$  i  $DPBP$  za pomocą szeregów (1)–(3) są ich wadą, bowiem czasochłonny i „obszerny” proces obliczania krok po kroku w kolejnych latach  $t = 1, 2, \dots, N$  kolejnych wartości kolejnych wyrazów szeregów i ich sumowanie, nie daje możliwości łatwego i szybkiego sposobu analizy zmian ich wartości. Aby pozbyć się tej niedogodności należy przyjąć, co uczyniono w [2], że przepływy pieniężne  $CF$  (m.in. ceny nośników energii i koszty środowiskowe) są niezmiennie w kolejnych latach. Wówczas szeregi geometryczne mierników  $NPV$ ,  $IRR$ ,  $DPBP$  dają się zapisać za pomocą wzoru na sumę  $N$  ich pierwszych wyrazów, które to zwarte zapisy są już dogodne do analizy [2]. „Obarczenie” jednak wzorów  $NPV$ ,  $IRR$ ,  $DPBP$  stałością przepływów pieniężnych w całym okresie  $N$  lat nie daje możliwości optymalizacji strategii inwestycyjnej w przypadku zmian w kolejnych latach m.in. cen nośników energii i opłat środowiskowych. Takich problemów nie stwarzają zapisy  $NPV$ ,  $IRR$ ,  $DPBP$  w czasie ciągłym, czyli gdy zapisze się je za pomocą całek (4), (6), (7). We wzorach (4), (6), (7) dla wszystkich wielkości podcałkowych można bowiem założyć dowolne funkcje zmian ich wartości w czasie, np. dowolne scenariusze zmian w czasie cen nośników energii oraz jednostkowych stawek za emisję zanieczyszczeń do środowiska naturalnego [3]. Zapisy ciągłe (4), (6), (7) mają zatem nieporównaną przewagę nad zapisami dyskretnymi (1)–(3). Pozwalają w łatwy i szybki sposób analizować zmiany na przykład wartości zysku  $NPV$  w celu znalezienia jego wartości największej. Co więcej, pozwalają na badanie zmienności funkcji  $NPV$ ,  $IRR$ ,  $DPBP$  i sporządzenie ich wykresów z wykorzystaniem rachunku różniczkowego, co umożliwia uzyskanie całego szeregu dodatkowych, ważnych informacji, których bez niego nie można by, a co najmniej byłoby trudno dostrzec. Pozwalają *explicite* na ocenę wpływu poszczególnych wielkości wejściowych na wyniki końcowe, a przede wszystkim na łatwe i szybkie znalezienie nie tylko rozwiązania optymalnego, lecz także obszaru rozwiązań bliskich optymalnemu. Mało tego, pozwalają na pokazanie charakteru ich zmian. Pozwalają tym samym na dyskusję i analizę wyników badań. W technice, w ekonomii, w zastosowaniach ma to dużą, istotną wartość. Co więcej, modele matematyczne z czasem ciągłym pozwalają na wyciągnięcie wniosków o ogólnym charakterze, a jedynie droga od ogółu do szczegółu jest poprawna i daje możliwość uogólniania rozważań. Przejście natomiast od szczegółu do ogółu najczęściej – żeby nie powiedzieć, że zwykle – nie bywa prawdziwe.

W zapisie z czasem ciągłym wielkość  $NPV$  (wzór (1)) wyraża się, co wykazano w [2], zależnością [1–4]:

$$NPV = \int_0^T [S_R - K_e - F - R - (S_R - K_e - F - A)p] e^{-rt} dt, \quad (4)$$

gdzie:

$A$  – rata amortyzacji,

$F$  – zmienne w czasie odsetki (koszty finansowe) od środków inwestycyjnych  $J_0$ ; odsetki  $F$  są nieznaną funkcją zmiennych w czasie rat  $R$ ;  $F = F[R(t)]$ ,

$K_e$  – zmienne w czasie roczne koszty eksploatacji,

$p$  – zmienna w czasie stopa podatku dochodowego,

$R$  – zmienna w czasie rata spłaty kredytu,

$S_R$  – zmienny w czasie roczny przychód,

$t$  – czas,

$T$  – wyrażony w latach kalkulacyjny okres eksploatacji elektrociepłowni.

Zmienne w czasie roczne koszty eksploatacji  $K_e$  obejmują: koszt paliwa  $K_{pal}$ , koszt wody uzupełniającej  $K_{wu}$ , koszt płac z narzutami  $K_{plac}$ , koszt konserwacji i remontów  $K_{rem}$ , koszt surowców nieenergetycznych i materiałów pomocniczych  $K_m$ , koszt za gospodarcze korzystanie ze środowiska  $K_{sr}$  (m.in. opłaty za emisję spalin do atmosfery, odprowadzanie ścieków, składowanie odpadów itp.), koszt podatków, opłat i ubezpieczeń  $K_p$ , koszt zakupu pozwoleń na emisję dwutlenku węgla  $K_{CO_2}$  oraz koszt energii elektrycznej  $K_{pomp}$  do napędu pomp przetłaczających wodę sieciową i pomp uzupełniających instalację magistrali ciepłowniczej, utrzymujących w niej konieczne ciśnienie statyczne wody sieciowej [1–4]:

$$K_e = K_{pal} + K_{wu} + K_{plac} + K_{rem} + K_m + K_{sr} + K_p + K_{CO_2} + K_{pomp}. \quad (5)$$

Koszt  $K_{CO_2}$ , który jest skutkiem prowadzonej przez „starą” piętnastkę Unii Europejskiej polityki klimatycznej, prowadzi do zwielokrotnienia kosztów eksploatacji  $K_e$  elektrociepłowni. Sumy kosztów  $K_{wu} + K_m + K_{pomp}$  i  $K_{plac} + K_p$  we wzorze (5) można uwzględnić zwiększając kolejno na przykład o kilka procent koszt  $K_{pal}$  i o kilkanaście, kilkadziesiąt procent koszt  $K_{rem}$ . Obliczenie kosztu  $K_{pomp}$  jest możliwe, gdy znana jest moc cieplna i długość magistrali ciepłowniczej.

Ze wzoru (4) z warunku  $NPV = 0$  wyznacza się kolejne mierniki efektywności ekonomicznej inwestycji w zapisie z czasem ciągłym: wartość oprocentowania  $IRR$ , jakie przynosi zainwestowany kapitał  $J$  oraz wyrażony w latach czas jego zwrotu  $DPBP$ :

$$\int_0^T (S_R - K_e) e^{-IRRt} dt = \int_0^T [F(IRR) + R(IRR)] e^{-IRRt} dt, \quad (6)$$

$$\int_0^{DPBP} [S_R - K_e - (S_R - K_e - F - A)p] e^{-rt} dt = \int_0^T (F + R) e^{-rt} dt. \quad (7)$$

Miernik  $IRR$  (wzór (6)) zgodnie z jego definicją [1] wyznacza się przy założeniu, że podatek dochodowy  $P$  równa się zero:  $P = (S_R - K_e - F - A)p = 0$ . Zapisy  $F(IRR)$  i  $R(IRR)$  we wzorze (6) oznaczają, że koszt finansowy  $F$  i rata spłaty kredytu  $R$  są funkcjami stopy  $IRR$ , gdy natomiast we wzorach (4) i (7) są wraz z ratą amortyzacji  $A$  funkcjami stopy  $r$  [1, 2]. Prawe strony wzorów (6) i (7) reprezentują zdyskontowany nakład inwestycyjny  $J_0$  [2]:

$$J_0 = zJ \quad (8)$$

gdzie:

$J$  – nakłady inwestycyjne; zależą od zastosowanej technologii skojarzonego wytwarzania

ciepła i energii elektrycznej, PLN,  
 $z$  – współczynnik dyskontujący (współczynnik zamrożenia) kapitał inwestycyjny  $J$  na moment zakończenia budowy inwestycji,  $z > 1$ ; współczynnik ten uwzględnia niepożądany wpływ zamrożenia nakładów inwestycyjnych w trakcie  $b$  lat trwania budowy, nie przynoszą one bowiem w tym czasie zysków, rosną natomiast odsetki od kapitału  $J$

$$z = \frac{(1+r)^{b+1} - 1}{(b+1)r}. \quad (9)$$

Przedstawione modele  $NPV$ ,  $IRR$ ,  $DPBP$  pozwalają nie tylko na wyciąganie wniosków dotyczących ekonomicznych uwarunkowań wdrażania poszczególnych technologii energetycznych i wybór najefektywniejszych ekonomicznie [1–4], ale także na określenie ekonomicznie uzasadnionych relacji cenowych pomiędzy nośnikami energii i wysokości taryf opłat środowiskowych. Można bowiem sformułować tezę, że relacje te mogą (powinny) być wyznaczane za pomocą kryterium minimalizacji jednostkowych kosztów wytwarzania ciepła, które wyznacza się dla wartości miernika  $NPV$  równego zero, dla opanowanych technologicznie i technicznie, powszechnie stosowanych instalacji energetycznych. Mało tego, przedstawiony model pozwala na analizę wpływu na optymalną strategię inwestycyjną nie tylko wspomnianych relacji cenowych pomiędzy nośnikami energii i wysokości taryf opłat środowiskowych, ale także na przykład takich wielkości jak popyt na ciepło i energię elektryczną, a więc wysokość produkcji energii elektrycznej i ciepła.

Wybór optymalnej strategii inwestycyjnej powinien być dokonany dla

$$NPV \rightarrow \max \quad (10)$$

gdzie w przypadku źródeł skojarzonych:

$$\begin{aligned}
 NPV = & \left\{ E_{el,R} e^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r} [e^{(a_{el}-r)T} - 1] + Q_R e^{t=0} \frac{1}{a_c - r} [e^{(a_c-r)T} - 1] + \right. \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - r} [e^{(a_{pal}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - r} [e^{(a_{CO_2}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - r} [e^{(a_{CO}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x} - r} [e^{(a_{NO_x}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - r} [e^{(a_{SO_2}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{1}{a_{pył} - r} [e^{(a_{pył}-r)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1-u) \rho_{CO_2} e^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - r} [e^{(b_{CO_2}-r)T} - 1] + \\
 & \left. - J(1 - e^{-rT})(1 + x_{pt,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} - J_0 \left[ (1 - e^{-rT}) \frac{1}{T} + 1 \right] \right\} (1-p) \quad (11)
 \end{aligned}$$

gdzie:  $a_c, a_{el}, a_{pal}, a_{CO_2}, a_{CO}, a_{SO_2}, a_{NO_x}, a_{pyl}, b_{CO_2}$  – sterowania (wykładniki

eksponent, np.  $e_{el}(t) = e_{el}^{t=0} e^{a_{el}t}$ ) zmianami cen elektryczności, paliwa itd. [1–5],

$E_{el,R}$  – roczna produkcja netto energii elektrycznej w elektrociepłowni, MWh/a,

$Q_R$  – roczna produkcja netto ciepła w elektrociepłowni, GJ/a,

$\eta_c$  – sprawność energetyczna netto wytwarzania ciepła i energii elektrycznej (jej wartość zależy od zastosowanej technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej),

$u$  – udział energii chemicznej paliwa w całkowitym jej rocznym zużyciu, dla którego nie jest wymagany zakup pozwoleń na emisję  $CO_2$ ,

$\rho_{CO_2}, \rho_{CO}, \rho_{NO_x}, \rho_{SO_2}, \rho_{pyl}$  – jednostkowe stawki za emisję  $CO_2, CO, NO_x, SO_2,$  pyłu, PLN/kg,

$x_{wu,m,od}$  – współczynnik uwzględniający koszty wody uzupełniającej, materiałów pomocniczych, odprowadzania ścieków, składowania żużla, odpadów (w praktyce wartość  $x_{wu,m,od}$  wynosi ok. 0,25),

$x_{pl,p,ub}$  – współczynnik uwzględniający koszty płac, podatków, ubezpieczeń itd. (w praktyce wartość  $x_{pl,p,ub}$  wynosi ok. 0,02),

$\rho_{CO_2}, \rho_{CO}, \rho_{NO_x}, \rho_{SO_2}, \rho_{pyl}$  – emisje  $CO_2, CO, NO_x, SO_2,$  pyłu na jednostkę energii chemicznej paliwa, kg/GJ (wielkości te zależą od zastosowanego paliwa).

Równanie (11) otrzymano identycznie jak równanie na  $NPV$  dla elektrowni w [1, 4]. Zachowano przy tym takie same oznaczenia i scenariusze zmian w czasie kosztów eksploatacji i kapitałowych oraz przychodów, jak w pracach [1, 4].

Po scałkowaniu równań (6) i (7) otrzymuje się zależności na  $IRR$  oraz  $DPBP$ :

– wewnętrzna stopa zwrotu  $IRR$

$$\begin{aligned}
 & Q_R e_c^{t=0} \frac{1}{a_c - IRR} [e^{(a_c - IRR)T} - 1] + E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - IRR} [e^{(a_{el} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - IRR} [e^{(a_{pal} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - IRR} [e^{(a_{CO_2} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - IRR} [e^{(a_{CO} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x} - IRR} [e^{(a_{NO_x} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - IRR} [e^{(a_{SO_2} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pyl} p_{pyl}^{t=0} \frac{1}{a_{pyl} - IRR} [e^{(a_{pyl} - IRR)T} - 1] + \\
 & - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 - u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - IRR_p^{IPP}} [e^{(b_{CO_2} - IRR_p^{IPP})T} - 1] + \\
 & - J(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{IRR} (1 - e^{-IRR T}) = J \frac{(1 + IRR)^{b+1} - 1}{(b + 1) IRR} \left( 1 + \frac{1 - e^{-IRR T}}{T} \right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

– dynamiczny okres zwrotu nakładów inwestycyjnych *DPBP*

$$\begin{aligned}
& \left\{ Q_R e^{t=0} \frac{1}{a_c - r} [e^{(a_c - r)DPBP} - 1] + E_{el,R} e^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r} [e^{(a_{el} - r)DPBP} - 1] + \right. \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - r} [e^{(a_{pal} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - r} [e^{(a_{CO_2} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - r} [e^{(a_{CO} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x} - r} [e^{(a_{NO_x} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - r} [e^{(a_{SO_2} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pyl} p_{pyl}^{t=0} \frac{1}{a_{pyl} - r} [e^{(a_{pyl} - r)DPBP} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 - u) \rho_{CO_2} e^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - r} [e^{(b_{CO_2} - r)DPBP} - 1] + \\
& \left. - J(1 - e^{-rDPBP})(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} \right\} (1 - p) - J_0 \left[ 1 + \frac{1}{T} - e^{-rDPBP} \left( 1 + \frac{1}{T} - \frac{DPBP}{T} \right) \right] p = (13) \\
& = J_0 \left( 1 + \frac{1 - e^{-rT}}{T} \right).
\end{aligned}$$

Obliczenie wartości *IRR* i *DPBP* z równań (12) i (13) wymaga metody kolejnych przybliżeń.

Równoważnym kryterium *NPV* → max poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej [1–4] w skojarzone źródła ciepła jest kryterium poszukiwania minimalnej wartości jednostkowego kosztu produkcji ciepła:

$$k_c \rightarrow \min. \quad (14)$$

Koszt ten wyznacza się zależności (11) z warunku *NPV* = 0:

$$\begin{aligned}
& Q_R k_c^{t=0} \frac{1}{a_c - r} [e^{(a_c - r)T} - 1] = \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - r} [e^{(a_{pal} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - r} [e^{(a_{CO_2} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - r} [e^{(a_{CO} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_x} - r} [e^{(a_{NO_x} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - r} [e^{(a_{SO_2} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pyl} p_{pyl}^{t=0} \frac{1}{a_{pyl} - r} [e^{(a_{pyl} - r)T} - 1] + \\
& + \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 - u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - r} [e^{(b_{CO_2} - r)T} - 1] + \\
& + J(1 - e^{-rT})(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} + J_0 [(1 - e^{-rT}) \frac{1}{T} + 1] - E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r} [e^{(a_{el} - r)T} - 1]
\end{aligned} \tag{15}$$

i dla  $a_c = 0$  otrzymuje się średni jednostkowy koszt produkcji ciepła:

$$\begin{aligned}
k_{c,\dot{s}r} = & \frac{\sigma_R + 1}{\eta_c (1 - e^{-rT})} \left\{ (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{r}{a_{pal} - r} [e^{(a_{pal} - r)T} - 1] + \right. \\
& + \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{r}{a_{CO_2} - r} [e^{(a_{CO_2} - r)T} - 1] + \\
& + \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{r}{a_{CO} - r} [e^{(a_{CO} - r)T} - 1] + \rho_{NO_x} p_{NO_x}^{t=0} \frac{r}{a_{NO_x} - r} [e^{(a_{NO_x} - r)T} - 1] + \\
& + \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{r}{a_{SO_2} - r} [e^{(a_{SO_2} - r)T} - 1] + \rho_{pyl} p_{pyl}^{t=0} \frac{r}{a_{pyl} - r} [e^{(a_{pyl} - r)T} - 1] + \\
& \left. + (1 - u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{r}{b_{CO_2} - r} [e^{(b_{CO_2} - r)T} - 1] \right\} + \frac{i(1 + x_{pl,p,ub}) \delta_{rem}}{\tau_s} + \\
& + \frac{rzi}{\tau_s (1 - e^{-rT})} [(1 - e^{-rT}) \frac{1}{T} + 1] - \frac{r \sigma_R e_{el}^{t=0}}{(a_{el} - r)(1 - e^{-rT})} [e^{(a_{el} - r)T} - 1]
\end{aligned} \tag{16}$$

gdzie:

- $i$  – jednostkowy (na jednostkę mocy) nakład inwestycyjny na elektrociepłownię,
- $i = J / \dot{Q}_{c,max}^{ec}$ , (jego wartość zależy od zastosowanej technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej),



$$\sigma_R = \frac{E_{el,R}}{Q_R} \geq 0 \quad - \text{roczny wskaźnik skojarzenia (jego wartość zależy od zastosowanej}$$

technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej; największą wartość przyjmuje obecnie dla elektrociepłowni komunalnych w technologii gazowo-parowej;  $\sigma_R^{G-P} \cong 4,1$  [5]; należy zaznaczyć, że wartość wskaźnika skojarzenia dla obciążeń chwilowych, definiowanego jako stosunek chwilowej mocy elektrycznej do chwilowej mocy cieplnej  $\sigma = N_{el}^{ec} / \dot{Q}_c^{ec}$  w elektrociepłowniach komunalnych, tj. pracujących zgodnie z uporządkowanym wykresem zapotrzebowania na ciepło grzejne [5], zmienia się w czasie w zależności od temperatury otoczenia; największą wartość  $\sigma$  przyjmuje w lecie, tj. gdy elektrociepłownie pracują ze stałą minimalną mocą cieplną  $\dot{Q}_{c \min}^{ec} = \dot{Q}_{l \text{ cwu}}^{ec}$  tylko na potrzeby podgrzania ciepłej wody użytkowej, a więc z mocą elektryczną  $N_{el \max}^{ec}$  maksymalną z uwagi na małe wówczas pobory pary grzejnej z upustów turbiny, a najmniejszą wartość  $\sigma$  przyjmuje, gdy elektrociepłownie pracują z mocą cieplną maksymalną  $\dot{Q}_{c \max}^{ec}$ , a więc z minimalną mocą elektryczną  $N_{el \min}^{ec}$ ; np. dla elektrociepłowni w technologii gazowo-parowej  $\sigma_{\max}^{G-P} = N_{el \max}^{ec} / \dot{Q}_{l \text{ cwu}}^{ec} \cong 20$ ,

$$\sigma_{\min}^{G-P} = N_{el \min}^{ec} / \dot{Q}_{c \max}^{ec} \cong 1,2 \text{ [5]},$$

$\tau_s$  – roczny czas wykorzystania cieplnej mocy maksymalnej (znamionowej, szczytowej) elektrociepłowni  $\dot{Q}_{c \max}^{ec}$  [5].

Czas  $\tau_s$  dla elektrociepłowni komunalnych ma wyłącznie charakter teoretyczny, pokazuje jedynie ile godzin w roku musiałyby pracować ze swoją mocą cieplną maksymalną (tj. znamionową), by wyprodukować ciepło grzejne w ilości  $Q_R$ . Wprowadzenie go, tak jak i  $\sigma_R$ , pozwala jednak, co ważne, na zmniejszenie w bardzo dużym stopniu ilości wielowariantowych obliczeń jednostkowego kosztu  $k_{c,sr}$ , które należy wykonać, by opracować je w ogólnodostępnej i przejrzystej formie graficznej, za pomocą której będzie można analizować optymalną strategię inwestowania w źródła ciepła. Czas  $\tau_s$  i wskaźnik  $\sigma_R$  eliminują bowiem we wzorze (16) wielkości  $Q_R$  i  $E_{el,R}$ , których zakresy wartości są bardzo duże, niemalże nieograniczone.

Dla elektrociepłowni komunalnych roczny czas  $\tau_s$  wyznacza się z równania [5]:

$$Q_R = \dot{Q}_{c \max}^{ec} \tau_s = \dot{Q}_{c z s}^{ec} \Big|_{\tau_0}^{\tau_z} \tau_z + \dot{Q}_{l \text{ cwu}}^{ec} \tau_l, \quad (17)$$

skąd

$$\tau_s = \frac{\dot{Q}_{c z s}^{ec} \Big|_{\tau_0}^{\tau_z}}{\dot{Q}_{c \max}^{ec}} \tau_z + \frac{\dot{Q}_{l \text{ cwu}}^{ec}}{\dot{Q}_{c \max}^{ec}} \tau_l = \zeta \tau_z + \beta \tau_l, \quad (18)$$

gdzie:

$\dot{Q}_{c \max}^{ec}, \dot{Q}_{c z s}^{ec} \Big|_{\tau_0}^{\tau_z}, \dot{Q}_{l \text{ cwu}}^{ec}$  – kolejno moc cieplna maksymalna (szczytowa), tj. moc znamionowa elektrociepłowni, średnia moc cieplna elektrociepłowni w sezonie

grzewczym oraz moc do przygotowania ciepłej wody użytkowej w sezonie letnim,  $\tau_l, \tau_z$  – czas trwania sezonu pozagrzewczego (letniego), czas trwania sezonu grzewczego elektrociepłowni.

W praktyce dla elektrociepłowni komunalnych wielkość  $\xi$  wynosi ok. 0,5, natomiast  $\beta \in (0,05; 0,15)$ . Czas trwania sezonu grzewczego  $\tau_z$  w zależności od strefy klimatycznej (w Polsce jest pięć stref) najczęściej waha się od 5040 ÷ 5400 h/a, tj. 210 ÷ 225 dni. Letni czas  $\tau_l$  wyznacza się natomiast z równania  $\tau_R = \tau_z + \tau_l$ , gdzie roczny czas pracy elektrociepłowni wynosi przeciętnie  $\tau_R \cong 8424$  h/a (ok. 2 tygodnie postoju elektrociepłowni w roku w miesiącach wakacyjnych). Roczny czas  $\tau_s$  przyjmuje zatem wartości tylko od ok. 2800 do 3000 h/a, co jest zaletą, gdyż zmniejsza ilość obliczeń, by można je opracować za pomocą nomogramów, gdy natomiast zakres zmian wartości ciepła  $Q_R$  jest, jak już wyżej zaznaczono, niemalże nieograniczony.

W przypadku elektrociepłowni przemysłowych dostarczających ciepło do celów technologicznych ich praca w przeciwieństwie do elektrociepłowni komunalnych, pracujących zgodnie ze standardowym wykresem sumarycznego zapotrzebowania na ciepło grzejne [5], ma charakter indywidualny i charakteryzuje się w zasadzie stałością mocy cieplnej. Roczne czasy  $\tau_s$  przyjmują zatem w nich wartości równe rocznym czasom pracy  $\tau_R$ . Dlatego najczęściej instalowane są w nich turbiny parowe przeciwprężne, upustowo-przeciwprężne, rzadko upustowo-kondensacyjne, które są droższe inwestycyjnie, ale za to niezależniają produkcję energii elektrycznej od zapotrzebowania na ciepło, które to niezależnienie w przypadku elektrociepłowni przemysłowych nie bywa jednak konieczne. Gdyby natomiast można uzyskać korzyści ekonomiczne z pracy elektrociepłowni z większą mocą elektryczną, na przykład dzięki wprowadzeniu właśnie członu kondensacyjnego, to należałoby go zastosować. A jeśli by zastosować w elektrociepłowni technologię gazowo-parową, charakteryzującą się obecnie największą produkcją energii elektrycznej, to roczny wskaźnik skojarzenia przyjmowałby wartość  $\sigma_R^{G-P} = \sigma_{\min}^{G-P} \cong 1,2$ . Dla elektrociepłowni parowych wskaźnik ten przyjmuje wartości ponad dwa razy mniejsze  $\sigma_R \cong 0,4 \div 0,6$ . Cena jednak spalane w nich węgla, wynosząca aktualnie  $e_{weg}^{t=0} \cong 10,5$  PLN/GJ, jest trzy razy niższa od aktualnej ceny gazu ziemnego  $e_{gaz}^{t=0} \cong 32$  PLN/GJ spalane w układach gazowo-parowych. Z tego powodu przy jednocześnie relatywnie niskiej cenie energii elektrycznej układy gazowo-parowe są obecnie ekonomicznie nieopłacalne pomimo najmniejszych na nie jednostkowych nakładów inwestycyjnych spośród wszystkich dostępnych technologii.

Równanie (16) można zapisać w postaci bezwymiarowej dzieląc je obustronnie na przykład przez aktualną jednostkową cenę energii elektrycznej  $e_{el}^{t=0}$ . Reprezentuje ono wówczas jednostkowy koszt produkcji ciepła  $k_{c, \dot{s}r}$  odniesiony do jednostkowej ceny energii elektrycznej  $e_{el}^{t=0}$  wyłącznie w funkcji, co bardzo istotne, bezwymiarowych zmiennych niezależnych:  $\sigma_R, a_{el}, a_{pal}, a_{CO_2}, a_{CO}, a_{SO_2}, a_{NO_x}, a_{pył}, b_{CO_2}, u, \eta_c, e_{pal}^{t=0}/e_{el}^{t=0}$  itd.,  $\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0}/e_{el}^{t=0}$  itd.,  $i/(\tau_s e_{el}^{t=0}) = J/(\dot{Q}_{c \max}^{ec} \tau_s e_{el}^{t=0})$ :

$$\begin{aligned}
\frac{k_{c, \dot{s}r}}{e_{el}^{t=0}} = & \frac{\sigma_R + 1}{\eta_c (1 - e^{-rT})} \left\{ (1 + x_{wu, m, od}) \frac{e_{pal}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{pal} - r} [e^{(a_{pal} - r)T} - 1] + \right. \\
& + \rho_{CO_2} \frac{p_{CO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{CO_2} - r} [e^{(a_{CO_2} - r)T} - 1] + \\
& + \rho_{CO} \frac{p_{CO}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{CO} - r} [e^{(a_{CO} - r)T} - 1] + \rho_{NO_x} \frac{p_{NO_x}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{NO_x} - r} [e^{(a_{NO_x} - r)T} - 1] + \quad (19) \\
& + \rho_{SO_2} \frac{p_{SO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{SO_2} - r} [e^{(a_{SO_2} - r)T} - 1] + \rho_{pyl} \frac{p_{pyl}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{a_{pyl} - r} [e^{(a_{pyl} - r)T} - 1] + \\
& \left. + (1 - u) \rho_{CO_2} \frac{e_{CO_2}^{t=0}}{e_{el}^{t=0}} \frac{r}{b_{CO_2} - r} [e^{(b_{CO_2} - r)T} - 1] \right\} + (1 + x_{pl, p, ub}) \frac{i \delta_{rem}}{\tau_s e_{el}^{t=0}} + \\
& + \frac{rzi}{\tau_s e_{el}^{t=0} (1 - e^{-rT})} [(1 - e^{-rT}) \frac{1}{T} + 1] - \frac{r\sigma_R}{(a_{el} - r)(1 - e^{-rT})} [e^{(a_{el} - r)T} - 1].
\end{aligned}$$

Bezwymiarowa postać wzoru (19) jest bardzo dogodna do analizy zmian wartości kosztu produkcji ciepła. Ma bowiem charakter ogólny, umożliwiającą analizę efektywności techniczno-ekonomicznej źródeł skojarzonego wytwarzania elektryczności i ciepła niezależnie od ich mocy cieplnej, i zastosowanej technologii. Inaczej mówiąc, pozwala przenosić otrzymane z obliczeń rezultaty na źródła o dowolnych parametrach techniczno-ekonomicznych.

Wartość bezwymiarowego stosunku  $k_{c, \dot{s}r} / e_{el}^{t=0}$  może przybierać wartości ujemne, jako że koszt  $k_{c, \dot{s}r}$  może być ujemny dzięki kosztowi unikniętemu, który jest równy ze znakiem minus przychodowi ze sprzedaży energii elektrycznej wyprodukowanej w źródle ciepła:

$$-E_{el, R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r} [e^{(a_{el} - r)T} - 1] \text{ (wzór (15))}. \text{ Górna wartość natomiast tego stosunku}$$

powinna być istotnie mniejsza od jedności. Gdyby bowiem jednostkowy koszt ciepła był zbliżony do ceny energii elektrycznej, to układ elektrociepłowni byłby całkowicie nieuzasadniony zarówno ze względów ekonomicznych, jak i termodynamicznych.

Optymalną technologią będzie ta, dla której średni jednostkowy względny koszt produkcji ciepła  $k_{c, \dot{s}r} / e_{el}^{t=0}$  jest najmniejszy. Zależy on od poziomu rocznej produkcji energii elektrycznej  $E_{el, R}$  w stosunku do rocznej produkcji ciepła  $Q_R$ , a więc od rocznej wartości wskaźnika  $\sigma_R$  (który, jak już zaznaczono, zależy od zastosowanej technologii) oraz od relacji cenowych pomiędzy nośnikami energii i ich zmian w czasie, tj. od relacji cen paliwa (węgla, gazu) do ceny energii elektrycznej, a także od taryfowych jednostkowych opłat za korzystanie ze środowiska naturalnego, w tym kosztu zakupu pozwoleń na emisję  $CO_2$ .

W równaniach (11)–(13) i (19) nie uwzględniono przychodów z tytułu sprzedaży praw majątkowych wynikających z tzw. świadectw pochodzenia energii elektrycznej wytworzonej w wysokosprawnej kogeneracji [7]. Zostały one wprowadzone, jak już zaznaczono we wstępie, jako wsparcie dla wytwarzania energii elektrycznej w źródłach

kogeneracyjnych w wyniku obowiązku implementacji Dyrektywy CHP 2004/8/WE Parlamentu Europejskiego do krajowego Prawa energetycznego. Liczbę świadectw ustala się przez obliczenie wskaźnika PES (*Primary Energy Saving*), tj. wskaźnika oszczędności w zużyciu energii chemicznej paliw pierwotnych [6]. Aby uzyskać świadectwa, oszczędności w gospodarce skojarzonej muszą być wyższe o co najmniej 10% od zużycia paliw przy wytworzeniu tej samej ilości ciepła i energii elektrycznej w gospodarce rozdzielonej. Dodatkowy przychód ze świadectw teoretycznie ma obniżać jednostkowy koszt ciepła  $k_{c,śr}$ . W praktyce jednak można się spodziewać, że będzie odwrotnie, i dlatego w analizach ekonomicznych świadomie pominięto efekt dotacji. Wszelakie bowiem sztuczne, zależące od polityków ekonomiczne elementy wsparcia finansowego układów skojarzonych, które to koszty ponoszą podatnicy, a nie politycy, prowadzą wyłącznie do różnego rodzaju wynaturzeń, by nie powiedzieć dobitnie, do patologii, których koszty finansowe w konsekwencji poniosą odbiorcy ciepła. Na dotacjach zarobią natomiast dostawcy paliw, mogący wówczas podnieść ich ceny (skoro są dotacje, dlaczego nie mieliby tego zrobić i na tym nie zarobić?!), producenci wybranych urządzeń energetycznych, nowo powołani urzędnicy do rozdziału dotacji i, co gorsze, skorumpowani politycy. Dotacje nakręcają więc spiralę wzrostu cen i podniosą cenę ciepła powyżej tej, jaka byłaby bez nich. Ponadto łaska polityków jest koniunkturalna. Raz jest, a za chwilę może jej nie być. Mało tego, układy skojarzone, i nie tylko one, w gospodarce rynkowej powinny „bronić” się same. Co więcej, elementy wsparcia wyłącznie bardzo mocno fałszują w społeczeństwie obraz procesów termodynamicznych i technologii energetycznych, chociaż z założenia mają służyć ich racjonalizacji.

### 3. Podsumowanie

Po wykonaniu wielowariantowych obliczeń za pomocą wzoru (19) będzie można je opracować w formie graficznej za pomocą nomogramów bezwymiarowego stosunku  $k_{c,śr} / e_{el}^{t=0}$  z wielkościami bezwymiarowymi  $\sigma_R$ ,  $e_{pal}^{t=0} / e_{el}^{t=0}$  itd.,  $\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} / e_{el}^{t=0}$  itd.,  $i / (\tau_s e_{el}^{t=0}) = J / (\dot{Q}_{c,max}^{ec} \tau_s e_{el}^{t=0})$  itd. jako parametrami. Dzięki nim każdorazowo będzie można dla obowiązujących cen nośników energii i taryfowych opłat środowiskowych oraz prognoz zmian ich wartości w czasie znaleźć odpowiedź na pytanie, jaka jest optymalna ekonomicznie technologia skojarzonej produkcji ciepła i energii elektrycznej dla każdej elektrociepłowni, tj. niezależnie od jej mocy cieplnej.

Podsumowując, przedstawiona metodyka i modele służące do wykonywania analiz techniczno-ekonomicznych poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w źródła ciepła posiadają zarówno walory poznawcze i poszerzające wiedzę o strategiach inwestycyjnych, jak również umożliwiają szerokie działania aplikacyjne.

### Literatura

1. Bartnik R., Bartnik B., Hnydiuk-Stefan A: Optimum Investment Strategy in the Power Industry. Mathematical Models. Wydawnictwo Springer, New York 2016
2. Bartnik R., Bartnik B.: Rachunek ekonomiczny w energetyce, WNT, Warszawa 2014
3. Bartnik R., Bartnik B.: Model matematyczny poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce, Energetyka, nr 1, 2015

4. Bartnik R.: Poszukiwanie optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce. Metodyka i wyniki przykładowych obliczeń, Energetyka, nr 10, 2015
5. Bartnik R.: Elektrownie i elektrociepłownie gazowo-parowe. Efektywność energetyczna i ekonomiczna, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009 (dodruk 2012).
6. Bartnik R., Buryn Z.: Conversion of Coal-Fired Power Plants to Cogeneration and Combined-Cycle. Thermal and Economic Effectiveness, Wydawnictwo Springer, London 2011.
7. Buryn Z.: Quasi-unsteady CHP Operation of Power Plants. Thermal and Economic Effectiveness, Wydawnictwo Springer, London 2016
8. <http://stat.gov.pl/>
9. Projekt dokumentu „Polityka energetyczna Polski do 2030 roku.” Dokument przyjęty przez Radę Ministrów w dniu 10 listopada 2009 roku, Warszawa, 10 listopada 2009 r.
10. Bartnik R., Buryn Z., Hnydiuk-Stefan A., Juszcak A.: Metodyka i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej modernizacji ciepłowni i elektrociepłowni. Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją. Opole 2017

Prof. dr hab. inż. Ryszard BARTNIK

Dr inż. Zbigniew BURYN

Dr inż. Anna HNYDIUK-STEFAN

Institut Innowacyjności Procesów i Produktów/Katedra Zarządzania Energetyką

Politechnika Opolska/Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki

45-758 Opole, ul. Ozimska 75

e-mail: [r.bartnik@po.opole.pl](mailto:r.bartnik@po.opole.pl)

[z.buryn@po.opole.pl](mailto:z.buryn@po.opole.pl)

[a.hnydiuk-stefan@po.opole.pl](mailto:a.hnydiuk-stefan@po.opole.pl)

Mgr inż. Adam JUSZCZAK

ArcelorMittal Poland S.A. Oddział Zdzeszowice

Doktorant Studiów Doktoranckich na Wydziale Mechanicznym Politechniki Opolskiej

e-mail: [a.juszcak74@o2.pl](mailto:a.juszcak74@o2.pl)